



MSc HES-SO en Business Administration

Orientation :
Management et Ingénierie des Services

Optimisation de distribution de biens et services Cas de Nestlé pour la distribution des surgelées et des glaces

Réalisé par
Btissam Mourid St-Pierre

Sous la direction de
Prof. Sacha Varone

Genève, 31 août 2012

Table des matières

Table des matières	ii
Remerciements	iii
Abréviations	iv
Abstract	v
1. Introduction	1
1.1. Objectif de l'étude	2
1.2. Contenu et limite de l'étude	3
2. Revue de la littérature	5
2.1. Définition	5
2.2. Modélisation	6
2.3. Méthodes de résolution	12
3. Méthodologie	15
3.1. Définition de la problématique	15
3.2. Documentation	16
3.3. Logiciels commerciaux disponibles sur le marché	17
3.4. Collecte des données	19
3.5. Outils utilisés pour la résolution	27
3.5.1. Modélisation	27
3.5.2. Détermination de la matrice de distance	28
3.5.3. Méthodes de résolution	29
4. Modélisation & résolution	31
4.1. Modélisation mathématique	31
4.2. Méthodes de résolution et analyses	35
4.2.1. Résolution avec les méthodes exactes	35
4.2.2. Résolution avec les méthodes approchées	39
5. Conclusion et propositions	44
6. Bibliographie	49
7. Annexes	51

Remerciements

Je tiens, en premier, à remercier vivement Prof. Sacha Varone, mon superviseur et professeur, pour ses pertinentes directives et ses critiques constructives.

J'aimerais remercier, Dr. Daniel Costa, responsable du département planification de l'offre et de la demande de Nestlé, de m'avoir fait découvrir ce domaine passionnant et d'avoir suivi de très près le déroulement de ce projet tout en apportant son expertise ainsi que son savoir-faire.

Je remercie également toutes les personnes du centre d'Aclens pour leur accueil et leur disponibilité à répondre à mes nombreuses questions.

Je ne pourrais oublier l'aide précieuse que ma sœur Saida et mon ami Roland m'ont apportée, un grand merci.

Il m'est difficile d'exprimer le sentiment que j'ai éprouvé quand mon fils adoré s'est exclamé, mais maman, d'habitude tu réfléchis bien, tu vas trouver la solution, c'était un encouragement sans pareil. Merci mon fils.

Je voudrais exprimer ma gratitude à mon cher mari, pour une seconde fois, de son soutien sans limite. Sans ta patience et ta tolérance, l'accomplissement de ce travail serait difficile.

Finalement, je remercie mes ami-e-s, mes parents, mes sœurs, mon frère pour leur soutien moral qui m'était d'un grand secours dans des moments de doutes et, en particulier, ma chère maman pour ses prières.

Abréviations

CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem (problème de tournées de véhicules avec contrainte de capacité)
MIP	Mixed Integer Programming
PL	Programmation linéaire
TSP	Traveling Salesman Problem (voyageur de commerce)
VRP	Vehicle Routing Problem (problème de tournées de véhicules)
VRPTW	Vehicle Routing Problem with time windows (problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps)

Les problèmes de logistique du transport connaissent de plus en plus un intérêt grandissant à cause, d'une part, des coûts élevés qui y sont liés ; et d'autre part, une grande majorité d'acteurs économiques ont pris conscience de leurs impacts sur l'environnement et cherchent à les minimiser. De plus, les clients deviennent plus exigeants, ils veulent être livrés dans une plage d'horaire et une quantité qu'elles leur conviennent, à cela s'ajoutent d'autres contraintes telles que la capacité limitée des véhicules, le temps de travail des chauffeurs qu'il faut prendre en considération.

Par conséquent, les entreprises sont amenées à chercher des moyens d'optimisation de tournées de véhicules capables de gérer un grand nombre de contraintes et de clients d'une manière efficace. Cette problématique est connue sous le nom de problèmes de tournées de véhicules traduit de l'anglais Vehicle Routing Problem (VRP).

C'est dans ce contexte que notre travail s'inscrit, nous allons étudier le cas réel de Nestlé pour la distribution des produits surgelés et des glaces. Nestlé, comme toute entreprise, qui doit son développement à son potentiel d'innovation continue, remet en question son outil actuel qui gère la planification des tournées de ses centres de distribution.

Ainsi, l'objectif principal de ce travail est de planifier des tournées de véhicules pour satisfaire pleinement les demandes de clients, tout en minimisant le nombre de véhicules à utiliser et la distance totale parcourue en respectant un certain nombre de contraintes.

Mots clés: problème de tournées de véhicules, VRP, CVRP, optimisation des tournées, planification du transport.

1. Introduction

Dans l'économie actuelle, il est difficile de trouver un produit qui arrive à sa destination finale sans qu'il passe par une série de transport. En effet, Dans l'Union Européenne, le secteur des transports s'élève à plus de 10% du PIB et emploie 10 millions de personnes [E. Commission, 2001].

Le coût lié au transport représente une part importante du prix de revient et peut même dépasser ou du moins égaler le coût de fabrication en particulier les produits faits, par exemple, en Asie. Il est donc important, pour toutes entreprises, de maîtriser le coût de la logistique qui devient un paramètre déterminant de la compétitivité. Une organisation efficace de la distribution permet des retombées économiques au niveau de la réduction des coûts et de la satisfaction des clients.

Avec notamment l'intérêt grandissant pour les préoccupations environnementales qui incitent à réduire les émissions des gaz à effet de serre, ainsi que l'augmentation continue du prix du pétrole, ont poussé beaucoup d'entreprises à chercher des moyens pour optimiser leur système de transport.

La réduction des coûts de transport a intéressé les développeurs de software qui ont mis, sur le marché, des logiciels de plus en plus performants pour optimiser les tournées de véhicules. Cette question, mieux connue aujourd'hui, sous le nom de *Véhicule Routing Problem (VRP)*, a également fait l'objet de nombreux travaux académiques, depuis plus de 50 ans, et reste d'actualité principalement pour la recherche des méthodes de résolution qui profitent de l'arrivée des ordinateurs plus puissants grâce aux progrès technologiques. Ainsi, les solutions issues de la recherche sont de plus en plus pertinentes, applicables à la réalité des entreprises et donc encourageantes. Ces solutions sont, dans la perspective, de fournir aux entreprises des outils d'aide à la décision qui peuvent leur permettre de réaliser des économies allant jusqu'à 20% [Toth et Vigo, 2002].

La forme la plus simple du *VRP* implique la construction de route de livraison de manière à minimiser le coût, pour répondre à la demande de clients répartis sur différentes zones géographiques, tout en considérant les contraintes de capacité des véhicules. En pratique, des contraintes supplémentaires s'ajoutent, telles que le temps réglementaire du travail des chauffeurs, les fenêtres de temps que certains clients peuvent exiger... ce qui rend la résolution plus complexe. De ce fait, il faut bien analyser les besoins et les spécificités relatives à l'entreprise afin que la solution proposée soit bien adaptée.

1.1. Objectif de l'étude

Ce travail, proposé par le département de planification de l'offre et de la demande " Demand & Supply Planning ", étudie le cas de Nestlé pour la distribution des produits surgelés et des glaces.

Nestlé, un leader mondial de l'industrie agroalimentaire, qui gère des systèmes de création de valeurs toujours plus grande. Le succès de ce groupe est dû à son potentiel d'innovation et de rénovation.

De fait, Nestlé est de loin l'entreprise active dans le secteur alimentaire qui investit le plus dans la recherche fondamentale et appliquée. En plus de ses activités de recherche interne, Nestlé a développé trois axes de coopération externe en recherche et développement. Nestlé collabore avec la plupart des universités et hôpitaux universitaires du pays, ainsi qu'avec des centres de recherche plus spécialisés tels que la Hochschule Technik Architektur de Lucerne et l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)¹.

En outre, l'entreprise s'est engagée à réduire davantage ses émissions de gaz à effet de serre occasionnées par le transport, en prenant des mesures telles que, le remplacement de la flotte par des véhicules respectueux de l'environnement ; ainsi que l'utilisation du ferroutage quand c'est possible, d'ailleurs, Nestlé Waters livre par exemple le Tessin uniquement par train et plus de la moitié du transport de S.Pellegrino de sa source italienne à l'ensemble de la Suisse se fait par le rail contre seulement 20% en 2003².

Le département de planification de l'offre et de la demande " Demand & Supply Planning " a pour mission d'assurer la disponibilité du stock de produits finis au bon endroit de stockage et au bon moment avec une qualité de fraîcheur pour satisfaire la demande des clients tout en optimisant les ressources à disposition.

Parmi les produits dont le département s'occupe de planifier les stocks de production, se trouvent les produits surgelés et les glaces, toutefois, leur acheminement aux consommateurs ne fait partie des ses responsabilités³. Mais, c'est dans un esprit de vue d'ensemble et de développement continu pour apporter des solutions optimales, qui caractérise la culture de l'entreprise, que le responsable du département a proposé cette étude.

¹ <http://www.nestle.ch/fr/NestleSuisse/Recherche/Pages/Rechercheetdeveloppement.aspx> [consulté le 03.07.2012]

² <http://www.nestle.ch/fr/Engagement/CSV/Suisse/Transport/Pages/Reduirelimpactdutransport.aspx>
[consulté le 03.07.2012]

³ Slides 3, 4. Présentation "Demand and Supply Planning at NCH", D. Costa, 4 août 2012

En Suisse, Nestlé dispose de 9 dépôts régionaux qui permettent d'approvisionner ses petits clients (restaurants, piscines, cinémas, écoles, etc.). On ne parle pas de la grande distribution (COOP, Denner, Migros) qui est approvisionnée directement depuis les deux dépôts centraux.

Ces 9 dépôts régionaux reçoivent des commandes de clients qu'ils livrent à l'aide d'une flotte de véhicules homogènes basée dans chaque dépôt.

Notre objectif principal consiste à déterminer une planification optimale de tournées de véhicules qui partent et reviennent à un dépôt, pour livrer un ensemble de clients dont la demande est connue à l'avance, sans tenir compte de leur plage horaire "fenêtre de temps" préférée ou exigée.

La création de tournées optimales peut avoir plusieurs objectifs qui prennent en considération diverses contraintes. Vu les nombreuses caractéristiques qui peuvent intervenir dans cette optimisation, nous nous sommes concentrés sur deux objectifs : 1) minimiser le nombre de véhicules à utiliser, 2) minimiser la distance totale parcourue, en considérant les contraintes suivantes:

- ✓ Flotte homogène à capacité limitée
- ✓ Nombre d'heure de travail maximum autorisé pour les chauffeurs
- ✓ Vitesse moyenne
- ✓ Temps moyen fixe de déchargement
- ✓ Chaque véhicule part et revient à un même dépôt

1.2. Contenu et limite de l'étude

1) Contenu

Après cette introduction, il est clair que le problème de VRP que l'on va traiter est selon un mode statique, ce qui signifie que toutes les données sont connues et que les tournées vont se dérouler selon un planning, préalablement, établi. Par conséquent, aucun ajout en cours de route n'est autorisé.

Pour parvenir à atteindre l'objectif ciblé, le contenu de ce travail se compose, après l'introduction, de 4 autres parties :

Partie 1, est consacrée à la revue de la littérature, étape importante de tout projet de recherche d'autant plus que ce projet s'inscrit dans le cadre de la recherche appliquée. Ainsi, la définition du problème de tournées de

véhicules (VRP), sa modélisation mathématique et ses méthodes de résolution sont présentées dans cette partie.

Partie 2, décrit la méthodologie suivie en passant par la définition de la problématique, la comparaison des logiciels commerciaux disponibles sur le marché, l'analyse des données fournies par Nestlé, la détermination de la matrice de distance, la modélisation du problème et enfin les outils utilisés pour sa résolution.

Partie 3, présente la modélisation appliquée pour résoudre le cas de distribution d'un des centres de Nestlé, les résultats numériques pour différentes instances simulées ainsi que leurs analyses.

Partie 4, clôture ce travail sous forme de conclusion, des recommandations et des possibilités d'extension du projet.

2) limite de l'étude

Comme la plupart des projets, le temps est la première limite ; et cette étude n'en fait pas exception. Principalement, ce sujet (VRP) est vaste et sa résolution est assez complexe, d'ailleurs la recherche est encore active pour développer des algorithmes qui permettent d'optimiser les problèmes de grandes tailles.

Les méthodes approchées ne font pas partie de la formation de ce Master et n'ont jamais été abordées au cours des formations précédentes, par conséquent, nous ne pouvons pas les utiliser malgré qu'elles sont les seules méthodes à résoudre efficacement les problèmes de grandes tailles ; ce qui limite l'étude à des petites instances avec une résolution à l'aide des solveurs qui utilisent des techniques exactes comme l'algorithme de séparation & évaluation "branch and Bound".

2. Revue de la littérature

La littérature scientifique qui a abordé le thème des problèmes de tournées de véhicules "VRP" est très abondante. Ce qui nous a conduits à se limiter aux articles et documents qui abordent les points principaux de la problématique définie dans l'objectif, et que nous avons choisie d'étudier dans ce travail.

Ainsi, ce chapitre présente un tour d'horizon des travaux traitant la variante CVRP (Capacitated Vehicle Routing Problem) en programmation linéaire en nombres entiers, ainsi qu'un bref aperçu sur le TSP (Traveling Salesman Problem).

2.1. Définition

Une définition générale du VRP consiste à chercher un itinéraire optimal pour une flotte de véhicules, basée en un ou plusieurs dépôts, afin de desservir un ensemble de clients ayant des commandes connues, et dispersés géographiquement. Une tournée désigne l'ensemble des clients visités par un véhicule qui part et revient au même dépôt.

Le VRP fait partie des problèmes d'optimisation combinatoire et de recherche opérationnelle. La première fois, en 1959, que ce problème a été étudié par [Dantzig et al., 1959] sous le nom de « The Truck Dispatching Problem » et a depuis fait l'objet de nombreux travaux qui ont donné de nombreuses variantes et différentes méthodes de résolution.

Le VRP appartient à la catégorie NP-difficile [Christofides, 1979] [Lenstra, 1981] et dans sa version de base, il modélise un problème de transport avec une contrainte de capacité (CVRP) [T.K. Rapp, 2002] qui consiste à livrer des marchandises auprès des clients à l'aide d'une flotte de véhicules à capacité limitée. La résolution consiste à déterminer un ensemble de tournées qui minimise au mieux des objectifs comme le coût total, la distance totale parcourue, la somme des retards des clients [Laporte, 1999].

Une autre variante, VRP avec contrainte de fenêtre de temps, notée VRPTW [Desaulniers et al., 2002], qui tient compte de la période pendant laquelle le client peut-être visité. Il existe deux types de fenêtres : une appelée "fenêtre large" qui autorise que le véhicule arrive en dehors de la plage horaire fixée par le client mais inflige une pénalité qui sera déterminée en fonction du type de violation ; et une autre appelée "fenêtre serrée" qui n'accepte en aucun cas l'arrivée du véhicule en dehors de la plage horaire fixée.

2.2. Modélisation

Plusieurs problèmes liés au transport, comme le *VRP*, sont modélisés par un graphe. L'intérêt de cette représentation est qu'elle permet de décrire la structure d'un ensemble complexe où ses éléments sont en relation.

Les relations entre les éléments peuvent être orientées, dans ce cas, il s'agit d'un graphe orienté, en d'autres termes, le lien entre un élément x et un autre y est de x vers y ou de y vers x . Autrement, les liens sont symétriques, et le graphe est donc non orienté.

Un graphe est défini par un couple $G = (V, E)$ où :

- V (*Vertex en anglais*) est un ensemble de sommets ou de nœuds.
- E (*Edges en anglais*) est un ensemble de paires d'éléments appartenant à V appelés *arêtes* dans un graphe non orientés et *arcs* dans un graphe orienté.

Pour une tournée de véhicule ou voyageur de commerce, un *sommet* ou un *nœud* i peut correspondre à un dépôt, un client, ou une localité et *un arc* ou *arête* (i,j) peut représenter un trajet ou une route avec un sens de circulation. Si les routes sont à double sens, l'arête (i,j) est la même que (j,i) , le graphe est symétrique et donc non orienté. Par contre, ce cas de figure reste souvent théorique à cause de l'existence des sens uniques dans un réseau urbain.

Les relations entre les éléments (arcs ou arêtes) d'un graphe peuvent être munies d'un poids qui peut représenter un coût, une distance, un temps de parcours...

Le but de construire des tournées est de minimiser les coûts ou les distances tout en considérant un certain nombre de contraintes. Ce problème relève du domaine de l'Optimisation Combinatoire ou discrète, qui consiste à trouver une meilleure solution, comme étant définie par une fonction objectif, parmi un ensemble de solutions réalisables. Ainsi, un problème d'optimisation combinatoire peut être formulé [Sakarovitch, 1984] comme suit:

Soit S , l'ensemble des solutions possibles d'un problème. Soit $X \subseteq S$, l'ensemble des solutions admissibles vérifiant un ensemble de contraintes C . Soit une fonction $f: X \mapsto \mathbb{R}$ appelée fonction objectif. Un problème d'optimisation combinatoire consiste à déterminer :

$$\{ \min f(x) : x \in X \}$$

Avant de formuler le *VRP*, il est utile de survoler la littérature sur le problème du voyageur de commerce, connu sous le nom "*Traveling Salesman Problem (TSP)*", puisque le *VRP* en est une extension. En effet, ce problème a été étudié pour la première fois par le mathématicien Euler, en 1736, et depuis, il n'a cessé de faire l'objet de nombreux travaux que déjà en 1985 [Lawler et al.] répertoriaient près de 600 références.

La formulation mathématique du problème du voyageur de commerce (*TSP*) se définit comme suit :

Soit $G = (V; E)$ un graphe où V représente l'ensemble de n sommets et E l'ensemble des arcs (si le graphe est orienté) ou arêtes. Chaque arête ou arc $(i; j)$ du graphe possède un coût noté c_{ij} ou une distance d_{ij} . L'objectif de ce problème est de trouver un tour ou un circuit de coût minimum ou de distance minimale, pour visiter l'ensemble des n sommets du graphe.

Une modélisation linéaire pour résoudre ce problème a été proposée, pour la première fois, par [Dantzig, 1954] est définie comme suit:

x_{ij} est une variable binaire est égale à 1 si le client j est visité immédiatement après le client i

Fonction objectif :

$$\text{minimiser } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad 2.1$$

Sujet aux contraintes:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad 2.2$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad 2.3$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, S \subset \{1, \dots, n\}, 2 \leq |S| \leq n - 2 \quad 2.4$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} (i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j) \quad 2.5$$

L'objectif (2.1) est de minimiser la distance totale parcourue pendant le circuit de la visite. Les contraintes (2.2) et (2.3) assurent que le voyageur n'entre et ne sorte qu'une seule fois par le sommet. La contrainte (2.4) élimine les sous-tours au sein d'un tour qui doit commencer et se terminer au même point (dépôt par exemple) ; $|S|$ représente le nombre de sommets faisant partie d'un sous-tour potentiel composé des clients de l'ensemble S . Finalement, la contrainte (2.5) assure que les variables sont binaires.

La contrainte d'élimination des sous-tours (4) a été reformulée par [Miller, Tucker & Zemlin, 1960] présentée ci-dessous par les contraintes (2.6) et (2.7). Cette reformulation a permis de réduire considérablement le nombre de contraintes de sous-tours possibles.

$$u_i - u_j + (n - 1)x_{ij} \leq n - 2 \quad u \in \mathbb{R}, (i, j \in \{2, \dots, n\}, i \neq j) \quad 2.6$$

$$1 \leq u_i \leq n - 1 \quad (i \in \{2, \dots, n\}) \quad 2.7$$

Malgré que cette reformulation est plus efficace, elle reste limitée à des petits problèmes à cause des nombreuses possibilités de tours, ce qui fait, les énumérer, toutes, demanderait beaucoup de temps ; ce qui rend ce problème complexe. Une étude sur la complexité est présentée par [Laporte, 1992a].

La différence entre le *TSP* et le *VRP* est que le *VRP* inclut plusieurs tournées qui commencent et se terminent au dépôt, soit le nœud 0 [Laporte, 1992b]. Ainsi, les principaux composants de tournées de véhicule sont :

1. Flotte : L'ensemble des véhicules peut être homogène, c.-à-d. tous les véhicules ont la même capacité, la même taille, le même poids ou hétérogène. Ils partent et reviennent au même endroit (dépôt)
2. Demande: chaque client commande une quantité de produit ou de marchandise pour être livrée
3. Les contraintes : il y en a deux types :
 - Les contraintes de capacité : la somme des quantités demandées par les clients ne doit pas dépasser la capacité du véhicule [Cordeau et al. 2005]
 - Les contraintes temporelles : on distingue, le temps alloué aux chargements et déchargements des marchandises sur les lieux de destination et d'origine qu'on appelle "opération de service". Quand le client impose l'intervalle de temps pour lequel il doit être livré, on parle de "fenêtre de temps". Et finalement la durée totale maximale de la tournée [Cordeau et al. 2005].

Pour résoudre ce problème, de nombreuses formulations mathématiques ont été développées, passant de la formulation par flux à la formulation par ensemble de partitionnement [Laporte, 2007]. Toutefois, La formulation du *VRP* utilisée, dans ce travail, correspond à une formulation mathématique en programmation linéaire en nombres entiers comme pour le *TSP*. La PL en nombre entier correspond à une modélisation du problème en définissant une variable binaire à deux indices x_{ij} dont la valeur est 1 si le client j est visité immédiatement après le client i , ou à trois indices x_{ijk} dont la valeur est 1 si le véhicule k parcourt l'arc (i,j) .

Selon les auteurs, différentes notations sont utilisées, ainsi, pour une question d'homogénéité et pour éviter toutes confusions ; pour tous les modèles, les mêmes notations seront adoptées tout le long de ce travail.

Le VRP se modélise comme suit :

Soit un graphe $G=(V;E)$ avec:

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ Est un ensemble de sommets représentant les clients (villes)

$A = \{(v_i, v_j) : i \leq j; v_i, v_j \in V\}$ Est un ensemble d'arêtes ou arcs reliant les clients

Les variables de décision sont définies comme suit :

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si le véhicule } k \text{ se déplace directement à } j \text{ après avoir fini avec } i \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } j \text{ est visité immédiatement après } i \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

y_i = variable réelle, modélisant la quantité totale à livrer par le véhicule qui visite le client i depuis le dépôt jusqu'à i inclus

Les paramètres qui interviennent dans la formulation des problèmes sont :

$V = \{1, 2, \dots, n\}$: ensemble de sommets, v_1 correspond au dépôt

$K = \{1, 2, \dots, m\}$: ensemble de véhicules disponibles

n = nombre de sommets

m = nombre de véhicules

C_k = capacité du véhicule k

T_k = temps maximal de parcours du véhicule k

q_i = demande du sommet i ($q_1 = 0$)

t_{ik} : Temps nécessaire au véhicule k pour décharger au sommet i , ($t_{1k} = 0$)

t_{ijk} = temps nécessaire au véhicule k pour traverser l'arc (i,j) ($t_{iik} = \infty$)

c_{ij} = coût de l'arrête entre i et j , qui peut être aussi la distance (d_{ij})

$S = \{(x_{ij}^k) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij}^k \geq 1, Q \subseteq N, |Q| \geq 1\}$, ensemble choisi de manière à éliminer les solutions qui sont des sous-tours

VRP1 selon [M. Passacantando, 2011]

Fonction objectif :

$$\text{minimiser} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} d_{ij} x_{ij} \quad 2.8$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 2.9$$

$$\sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 2.10$$

$$\sum_j x_{1j} \leq k \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 2.11$$

$$y_j - y_i + C x_{ij} \leq C - q_i \quad \forall i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad 2.12$$

$$q_i \leq y_i \leq C \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 2.13$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j \in V, i \neq j) \quad 2.14$$

L'objectif (2.8) est de minimiser la distance totale parcourue. Les contraintes (2.9) et (2.10) assurent que chaque client est visité et est quitté une seule fois. La contrainte (2.11) garantit la disponibilité du véhicule. La contrainte (2.12) est astucieuse, elle sert à déduire y_j de y_i si une tournée livre le client i après le client j et elle permet également d'éviter les sous-tours. La contrainte (2.13) permet de définir et de borner la variable y_j telle que quel que soit le client i , y_j doit au moins satisfaire la quantité demandée q_i sans dépasser la capacité C du véhicule. Finalement, la contrainte (2.14) assure que les variables sont binaires.

VRP2 selon [B.L. Golden et al. 1975], [C. Rego et C. Roucairol, 1994], [Toth et Vigo, 2001b], [Crainic et Semet, 2006]

Fonction objectif :

$$\text{minimiser} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ijk} \quad 2.15$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1 \quad \forall 2 \leq j \leq n \quad 2.16$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1 \quad \forall 2 \leq i \leq n \quad 2.17$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ipk} = \sum_{j=1}^n x_{pjk} \quad k = 1, \dots, m ; p = 1, \dots, n \quad 2.18$$

$$\sum_{i=1}^n q_i \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq C_k \quad \forall 1 \leq k \leq m \quad 2.19$$

$$\sum_{i=1}^n t_i^k \sum_{j=1}^n x_{ijk} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ijk} \leq T_k \quad k = 1, \dots, m \quad 2.20$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1jk} \leq 1 \quad k = 1, \dots, m \quad 2.21$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1k} \leq 1 \quad k = 1, \dots, m \quad 2.22$$

$$X = (x_{ij}) \in S \quad 2.23$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \geq 0, j < n; 1 \leq k \leq m \quad 2.24$$

L'objectif (2.15) est de minimiser la distance totale parcourue. Les contraintes (2.16) et (2.17) garantissent que chaque client soit visité une seule fois par un seul véhicule. La contrainte (2.18) assure la conservation de flux, si un véhicule entre dans un sommet il doit en sortir. La contrainte (2.19) assure que la limite de capacité du véhicule n'est pas dépassée. La contrainte (2.20) assure le respect du temps maximal de la tournée. Les contraintes (2.21) et (2.22) assurent que chaque tournée commence et se termine au dépôt. La contrainte (2.23) assure l'élimination des sous-tours, elle peut être remplacée par les contraintes (2.12) et (2.13). La contrainte (2.24) assure que la variable de décision est binaire.

VRP3 selon [Ki Ho Chung et al., 2007]

Fonction objectif :

$$\text{minimiser } \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{1jk} \quad 2.25$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 2.26$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} - \sum_{j \in V} x_{jik} = 0 \quad k \in K, i = 2, \dots, n \quad 2.27$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1jk} \leq 1 \quad k \in K \quad 2.28$$

$$x_{ijk} = 1, \quad t_{ik} + t_{ij} = t_{jk} \quad i = 2, \dots, n, j = 2, \dots, n \quad 2.29$$

$$t_{1k} = 0 \quad k \in K \quad 2.30$$

$$t_{ik} \leq T \quad i = 2, \dots, n, \quad k \in K \quad 2.31$$

$$x_{ij}^k \in S \quad i \in N, \quad j \in N, \quad k \in K \quad 2.32$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in N, \quad j \in N, \quad k \in K \quad 2.33$$

L'objectif (2.25) est de minimiser le nombre de véhicule utilisé. La contrainte (2.26) assure que le client i est visité par un seul véhicule. La contrainte (2.27) assure la conservation du flux. La contrainte (2.28) assure la disponibilité du véhicule. La contrainte (2.29) représente la compatibilité nécessaire entre les itinéraires et les horaires. Les contraintes (2.30) et (2.31) assurent le respect du temps maximal autorisé pour le véhicule. La contrainte (2.32) assure l'élimination de sous-tour qui peut toujours être remplacée par les contraintes (2.6) et (2.7). La contrainte (2.33) assure que la variable de décision est binaire.

2.3. Méthodes de résolution

Dans cette section, une vue d'ensemble sur les méthodes de résolution du VRP est présentée. Le but est de donner un aperçu sur leur principe de base pour mieux identifier leur limite et ainsi en choisir celles qui sont adaptés.

Pour résoudre le problème de tournées de véhicules (VRP), plusieurs méthodes ont été développées et peuvent être classées en deux catégories :

1) Les méthodes exactes, dont le principe consiste à trouver la solution optimale à un problème d'optimisation en examinant toutes les solutions possibles, ce qui amène une complexité exponentielle puisque le nombre total de solutions possibles est $n!$. Devant ce constat, d'autres types de méthodes exactes ont été développées comme l'algorithme de séparation & évaluation ou algorithme de recherche arborescente "Branch & Bound" par [Laporte, Mercure et Nobert, 1991] qui consiste à considérer l'ensemble des solutions possibles et en éliminer les mauvaises sans les évaluer. Un autre algorithme, séparations et coupes "branch and cut" qui permet de résoudre des instances plus grandes que l'algorithme de séparation & évaluation. Le principe de ce dernier algorithme est qu'il part d'une solution initiale où plusieurs contraintes ont été relâchées, ensuite il optimise par itération en introduisant des contraintes violées dans la solution précédente jusqu'à l'obtention d'une solution optimale [Crainic et Semet, 2005.]. Le livre de [Toth et Vigo, 2001] détaillent bien ces méthodes de solution.

Malgré l'évolution des algorithmes des méthodes exactes, elles n'arrivent à résoudre que des problèmes de petites tailles, le meilleur algorithme permet d'aller jusqu'à 100 clients [Cordeau et al., 2007].

2) Les méthodes approchées, à l'inverse des méthodes exactes, permettent d'avoir des solutions acceptables dans un temps raisonnable, mais qui ne sont pas forcément des solutions optimales, en plus un nombre important de contraintes peut être inclus. Elles sont constituées des heuristiques et métaheuristiques.

Les heuristiques classiques ont pour but de guider le choix qu'un algorithme doit faire pour réduire sa complexité. Elles peuvent être classées en trois familles :

- 1) Les méthodes constructives: à partir d'une solution initiale qui consiste à construire une route en choisissant, séquentiellement, les arcs à inclure. En suite, cette solution initiale est comparée à une nouvelle afin de faire une économie [Golden, 1984], [Clark et Wright, 1964].
- 2) Les algorithmes à deux phases: ils consistent à séparer le problème en deux phases, la partition et le parcours, par exemples, l'algorithme de balayage de [Gillet et Miller, 1974].
- 3) Les méthodes d'amélioration: elles consistent à procéder, selon [Lin, 1965], à une série d'échange d'un segment de route qui contient un certain nombre de clients contre un autre, pour qu'à chaque itération la solution soit améliorée.

Les métaheuristiques sont généralement des algorithmes itératifs, qui progressent vers un optimum global, c'est-à-dire l'extremum global d'une fonction objectif. Elles se comportent comme des algorithmes de

recherche, tentant d'apprendre les caractéristiques d'un problème afin d'en trouver une approximation de la meilleure solution (d'une manière proche des algorithmes d'approximation)⁴

Les métaheuristiques proposent des solutions de qualité supérieure à celles des heuristiques, néanmoins, elles nécessitent un temps de calcul plus élevé. Le principe de base des métaheuristiques est qu'une solution initiale admissible est déterminée par une heuristique classique. Ensuite, cette solution est améliorée par le choix d'une métaheuristique en fonction de la solution qu'elle manipule, par exemple, la recherche tabou, est une métaheuristique à solution unique ; et les algorithmes génétiques et les colonies de fourmis sont des métaheuristiques à population de solutions.

Il est à souligner que les heuristiques et métaheuristiques présentées dans cette section ne représentent qu'une partie parmi celles qui ont été développées. Plusieurs chercheurs ont proposé des revues de la littérature comme [Toth et Vigo, 2002], [Crainic et Semet, 2005], [Fisher, 1995], [Golden, 1984], [Cordeau et al., 2007] ainsi que [Bodin et al., 2003]. [Laporte, 1997] propose une large bibliographie des articles au sujet du *VRP* couvrant plusieurs variantes.

La principale différence entre ces deux catégories est que les résultats donnés par les heuristiques ne sont pas garantis par la théorie. Par contre, Les méthodes exactes sont soutenues par la théorie, et arrivent à des solutions optimales du problème. En pratique, les méthodes exactes sont étroitement liées à la taille du problème et leur utilisation est pénalisée par des temps de calcul trop élevés. Quant aux heuristiques et métaheuristiques montrent qu'elles peuvent donner des résultats très satisfaisants en des temps acceptables.

⁴ Définition extraite de Wikipedia

3. Méthodologie

La réalisation d'un projet, quelque soit sa taille, nécessite un découpage en étapes ordonnées. Son succès dépend de la pertinence et la qualité de chacune de ces étapes.

Ainsi, la figure 1 illustre l'ordre des étapes à suivre pour assurer la réalisation de ce projet. Les sections suivantes vont les décrire en détail.

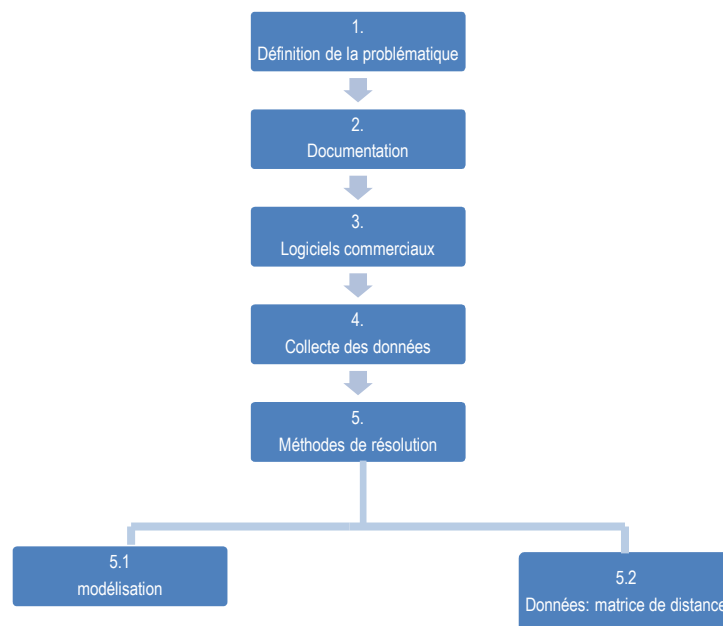


Figure 1: Etapes pour la réalisation du projet

3.1. Définition de la problématique

Définir la problématique de recherche, est la première phase par laquelle le projet commence. Elle lui donne un sens et met en place un contexte. Il est important de souligner que le sujet d'une recherche doit être bien précis et les objectifs à atteindre doivent être fixés de manière claire et simple. Un projet bien compris se résume en quelques lignes.

L'idée principale de cette recherche a été proposée par le département de la planification de l'offre & la demande de Nestlé sous la forme suivante :

1. Par mois, combien de véhicules, sachant que la flotte est homogène, faut-il pour avoir une tournée de livraison admissible ?
2. Par mois, quelle est la distance totale minimum à parcourir et combien de véhicules nécessite cette tournée de longueur totale minimum ?

Les dates de livraisons sont effectuées sur la base d'un plan de tournées non optimisé. Il est possible de déplacer de 1 à 2 jours avant ou 1 à 2 jours après la date de livraison effectuée pour chaque client.

Certains clients imposent des fenêtres de temps pour les livraisons.

Après avoir pris connaissance de ces interrogations, d'autres questions supplémentaires se sont posées:

1. Chaque véhicule part et revient-il au même dépôt ?
2. Chaque véhicule est-il assigné à un seul client ?
3. Chaque client doit-il être visité une seule fois par un seul véhicule ?

En parcourant toutes ces questions, il est clair qu'il est nécessaire de délimiter le périmètre de la recherche ; suite à de nombreuses discussions, il a été décidé de se concentrer sur l'axe de recherche qui se résume à:

1) minimiser le nombre de véhicules à utiliser, 2) minimiser la distance totale parcourue, en considérant un certain nombre de contraintes qui sont détaillées dans la section 1.1. Cet axe de recherche fait partie de la problématique *CVRP*.

3.2. Documentation

Après avoir défini dans quel contexte la problématique se situe, la seconde phase consiste à se documenter pour bien la comprendre et voir comment des problématiques similaires ont été traitées.

En effet, la revue de la littérature a pour objectif de déterminer les méthodes de résolution afin de les adapter ou de les améliorer pour répondre à notre cas, la partie 1 en est entièrement consacrée.

3.3. Logiciels commerciaux disponibles sur le marché

Il est utile de faire une revue des principaux logiciels commerciaux des *VRP* existants, c'est le but de cette phase 3.

Le magazine en ligne *OR / MS Today*⁵ a publié, en février 2012, une enquête sur les principaux logiciels commerciaux des *VRP* disponibles sur le marché depuis 1983 à 2011. Les informations contenues dans cette étude ont été obtenues par les réponses des fournisseurs au questionnaire. Bien qu'il existe des outils gratuits pour le *VRP*, des problèmes complexes avec un très grand nombre de nœuds et arcs nécessitent des logiciels performants et un équipement informatique assez puissant pour être résolu.

La comparaison des 15 logiciels de l'enquête a été faite sur la base de 16 différents critères :

Critère 1

Fournisseurs

Date d'introduction du produit

Plates-formes: Windows, Linux, Unix, Application as Service, machines parallèles, Autre (précisez)

Critère 2

La taille maximale que le système peut résoudre : nombre de stops, nombre de véhicules, nombre de terminaux

Critère 3

La taille maximale que le système est capable de résoudre : hardware recommandé, Vitesse du processeur, capacité mémoire, espace disque dur.

Critère 4

Performance: Temps de calcul pour résoudre le problème avec 50 itinéraires, 1000 arrêts, deux heures de fenêtres de temps "hard" (à préciser la plate-forme pour les calculs et toutes les autres hypothèses), types d'algorithmes utilisés ; les approximations utilisées pour réduire temps de calcul.

Critère 5

Fonctions d'acheminements: nœud d'acheminement, arc d'acheminement, temps réel réacheminement, planification Halte à temps réel, quotidien de routage, planification et analyse de l'itinéraire, incorpore l'information du trafic en temps réel, Collecte l'information de l'historique du temps de voyage.

⁵ http://www.orms-today.org/surveys/Vehicle_Routing/vrss.html [consulté le 26.04.2012]

Critère 6

Information sur les prix : une seule License (50 itinéraires), la carte pour une seule région est-elle incluse dans les droits de licence? Préciser le fournisseur de la cartographie, les coûts de support pour l'installation (\$ / heure), les heures de soutien typiques nécessaires à l'installation (50 itinéraires)

Critère 7

Capacités GIS: affiche les itinéraires et les arrêts sur la carte, peut éditer les itinéraires avec un glisser-déposer, et les géocodes d'arrêt à partir d'adresses.

Critère 8

Algorithme: le système accepte-t-il les fenêtres de temps "soft" ? Si oui, comment sont-elles spécifiées ?

Critère 9

Le produit est disponible en tant que partie d'une série qui fournit: Le tableau d'affichage-électronique, de messagerie sans fil au conducteur, le suivi des véhicules en temps réel, code-barres du scanner, logiciel de gestion de la chaîne d'approvisionnement (mangement des stocks par exemple), le traitement des commandes client, répartition assistée par ordinateur pour les véhicules de police, de pompier ou des urgences.

Critère 10

Caractéristiques: attribue les conducteurs individuels, des instructions d'itinéraire, les prévisions automatiques de livraison, plan chargement pour les véhicules, affiche des informations de prévisions météo, envoi automatique de l'heure d'arrivée estimée au client, en cas de retard.

Critère 11

Type de flottes, qui utilise actuellement le produit: cueillette et la livraison locale, camion long-courrier, véhicule pour distribution du courrier, bus, flottes de service, les services des urgences (police, pompiers, etc)

Critère 12

Autres particularités

Les récentes innovations dans le système

Critère 13

Le logiciel intègre-t-il une application pour les téléphones cellulaires ou de la technologie PDA? Décrire l'application

Autres innovations ont-elles été apportées au logiciel, tels que l'utilisation des réseaux sociaux? A décrire

Critère 14

Les nouvelles fonctionnalités liées au développement durable / exigences écologiques

Critère 15

Nombre d'entreprises utilisant le logiciel

La plus importante installation du logiciel

Critère 16

Quel est le plus grand changement dans l'industrie au cours des deux dernières années?

Quel est le plus grand changement prévu dans les deux prochaines années?

Un résumé est donné, en annexe II et III, sous forme de deux tableaux, respectivement un pour les caractéristiques principales (taille et performance) et l'autre pour les prix. Pour d'autres informations comme les fonctionnalités d'acheminements, l'équipement informatique requis (hardware, mémoire, vitesse.. .) ou d'autres caractéristiques, consulter le site web du magazine dont l'adresse se trouve en bas de page (page 17).

3.4. Collecte des données

La cueillette de données constitue la phase 4, c'est un processus fondamental dans l'élaboration de projet, et une étape préalable à toutes analyses. D'abord, il faut fixer l'objectif pour déterminer la catégorie de données à recueillir. Notre objectif est d'avoir des informations sur la situation existante, pour l'étudier, l'analyser et en extraire les éléments essentiels à prendre en compte lors de l'implémentation de la nouvelle procédure. C'est pourquoi les sources doivent être fiables.

Plusieurs méthodes de cueillette de données existent, dans notre cas, une base de données a été fournie et une collecte sur le terrain a été effectuée.

1) Base de données

Nestlé a fourni une base de données de l'ensemble des livraisons effectuées en 2011, depuis son dépôt de Aclens. Cette base contient la date de livraisons, un numéro d'immatriculation unique à chaque client, les coordonnées postales, ainsi que la quantité commandée.

Pour le traitement de ces données, une analyse statistique descriptive a été effectuée et a montré :

1. Un nombre important de clients, 3253, sont livrés par année
2. Le nombre total de livraisons annuelles a atteint 65864 avec une moyenne de 5489 par mois
3. Des livraisons très fréquentes par mois indépendamment de la saison, le minimum de livraisons était au mois de janvier avec 3964 et le maximum était au mois de mai avec 7122 livraisons
4. Le total de nombre de colis (quantité) est environ 1063122 avec une moyenne de 16 colis et une dispersion de 26.62 (écart-type) ce qui signifie une grande variabilité du nombre de colis à cause de la présence de valeurs aberrantes, 1641 et 1 colis

5. Presque tous les mois connaissent un important pic, 558 livraisons pour janvier et 393 pour le mois de mai et un faible nombre de livraisons allant jusqu'à une livraison par jour.
6. Une large étendue de localités desservies, 391 localités avec une répartition très disparate, par exemple, 9545 livraisons annuelles pour Genève et une seule livraison annuelle pour Bousens.
7. Un nombre important de quantité négative qui signifie une marchandise retournée, cela représente environ (-4978) colis par année avec une moyenne de -414.8 et une dispersion de 385.8. Tous les mois connaissent un retour avec un pic de 1361 retours au mois de septembre (fin de la saison des glaces) et un minimum de 145 retours au mois mai. La reprise de stock dans certains points de vente a pour but d'encourager les commandes pendant la haute saison (risque business)
8. D'une manière générale, le nombre de livraisons a augmenté, par rapport au mois de janvier, en moyenne de 42%, avec un taux maximal de 79,67% au mois de mai ; tandis que le nombre de colis a connu une augmentation moyenne de 47% avec un taux maximal de 92% également au mois de mai. Ce qui est tout à fait prévisible à cause de la nature des produits distribués qui est liée à la saisonnalité, toute fois, pour certaines petites localités le nombre de livraisons au mois de juin a baissé de 100%.
9. Le taux d'évolution, par rapport au mois de janvier, du nombre de colis comparé au taux d'évolution de la fréquence de livraison est :
 Supérieur en moyenne de 24% de mars à août, légèrement inférieur (0,75%) au mois de décembre, inférieur en septembre (7,54%), nettement inférieur en février (22,35%) et fortement inférieur en octobre (66,43%) et en novembre (65,35%) ; ce qui signifie que les camions n'étaient pas remplis.

Les détails du nombre de livraisons annuelles et pour chaque mois, du nombre de colis annuel, le nombre de retours ainsi que l'évolution du nombre de livraison et de colis par rapport au mois de janvier sont représentés par les graphiques à la fin de cette section.

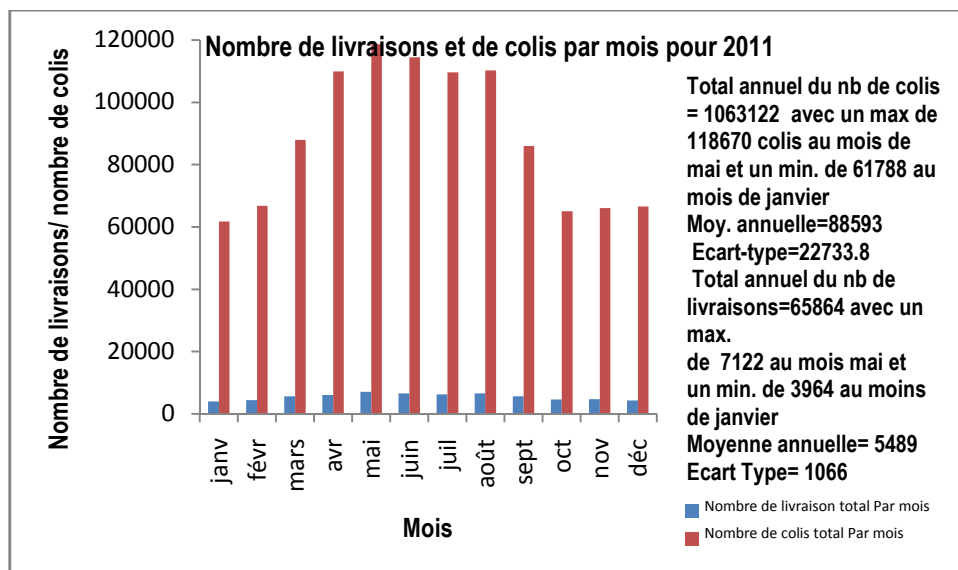
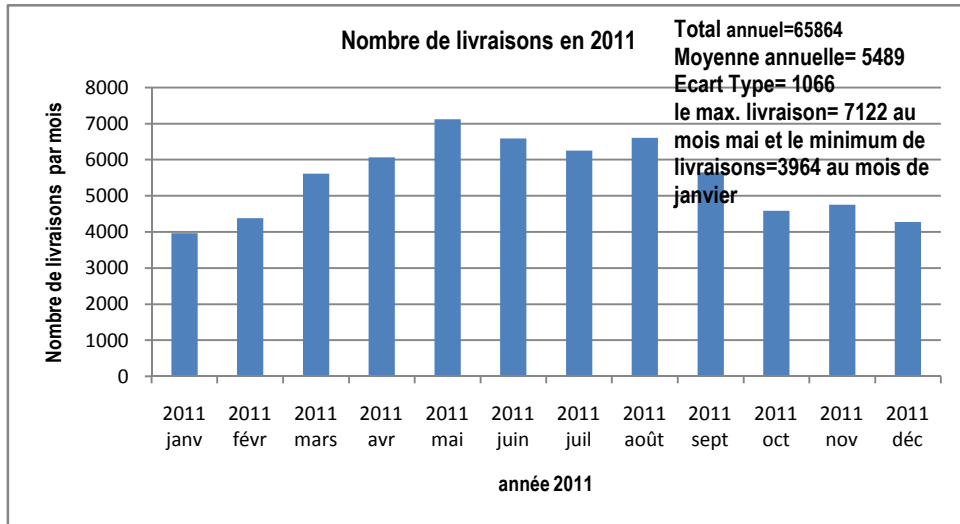
La figure 4, en annexe I, est une représentation géographique par code postale de toutes les localités livrées pour donner une idée sur l'étendue des zones couvertes.

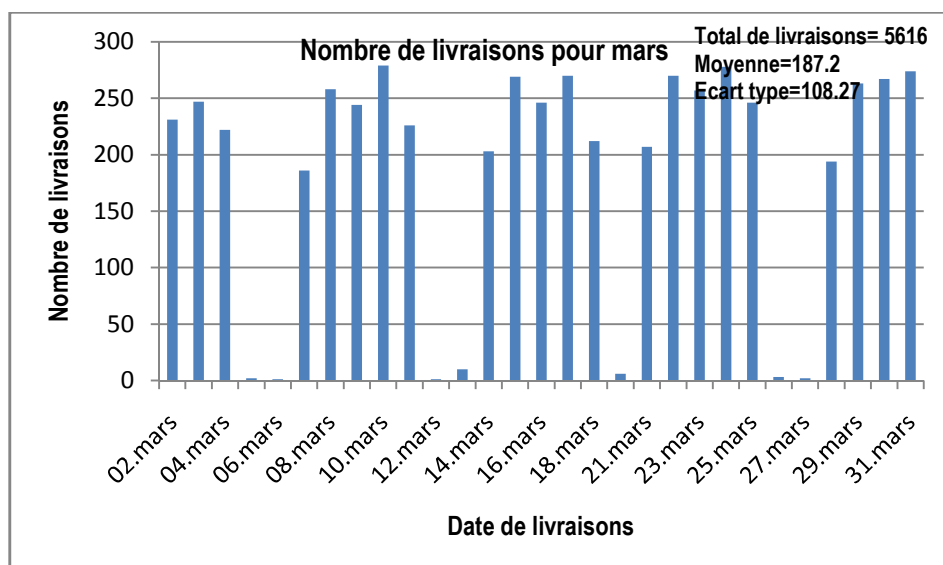
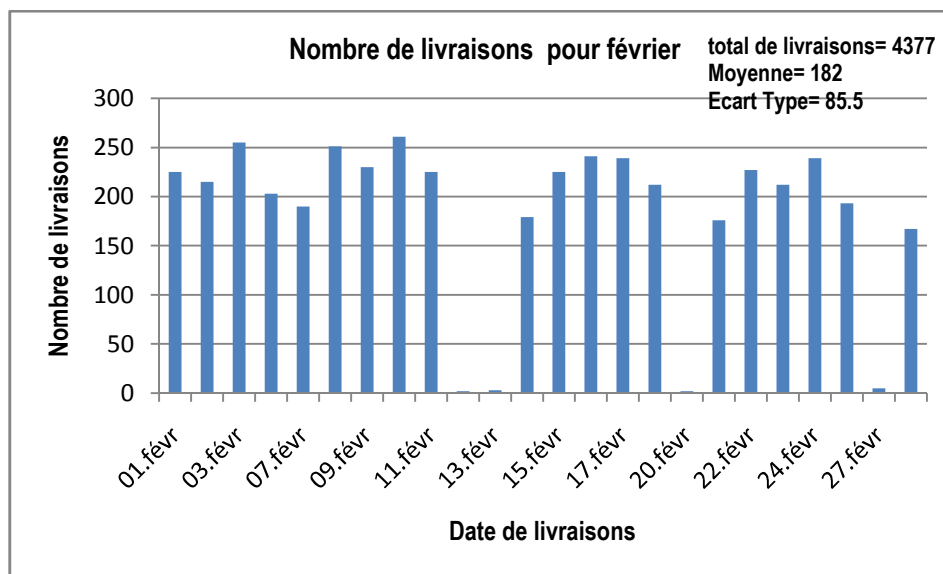
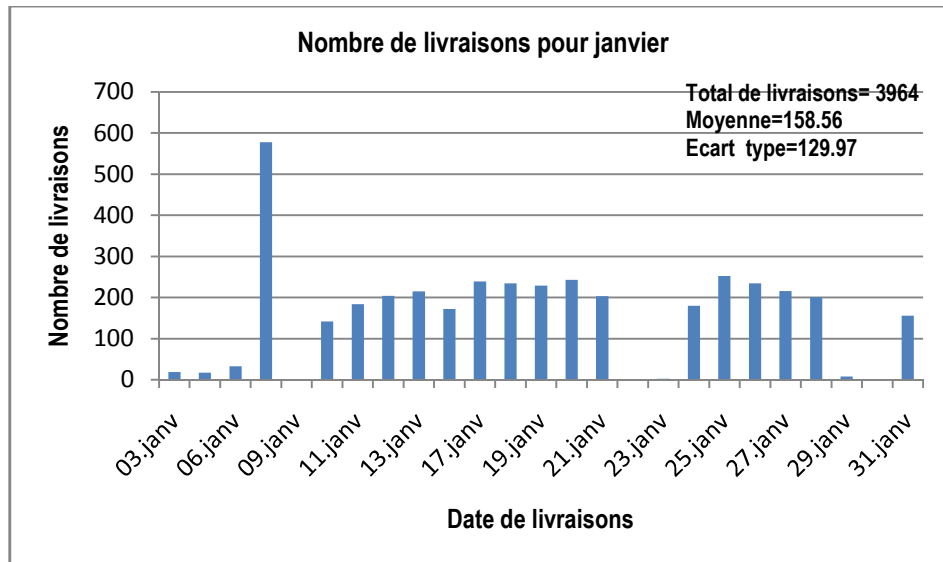
En outre, cette analyse permet de constater que le volume des clients à servir est très important, la zone géographique à couvrir est assez étendue ; par conséquent, un choix s'impose en fonction des outils de planification utilisés : soit regrouper les clients selon leur code postale et organiser des petites tournées dans le cas de solveurs qui utilisent des algorithmes exacts, soit regrouper un grand nombre de client toujours selon leur code postal, soit organiser des tournées par semaine ou par mois et dans ces deux derniers cas des softwares utilisant des méthodes approchées sont nécessaires.

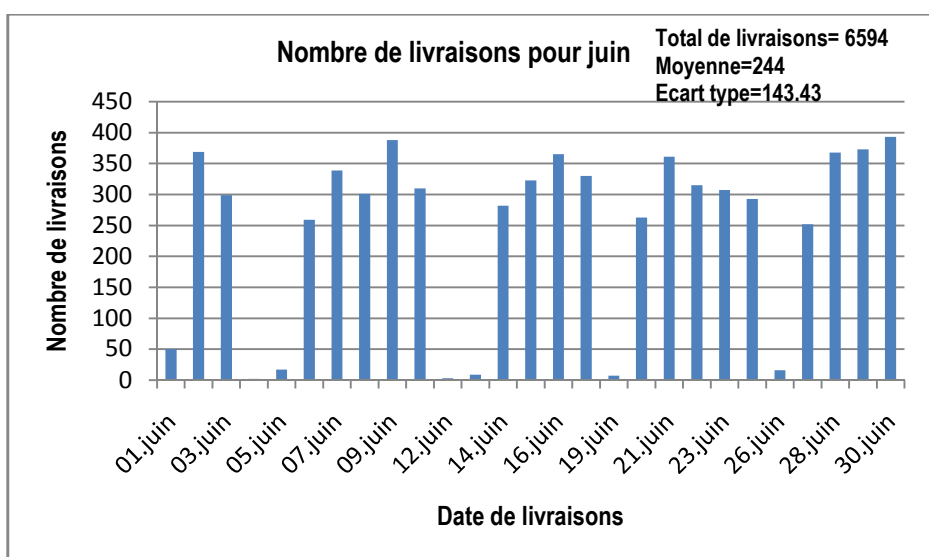
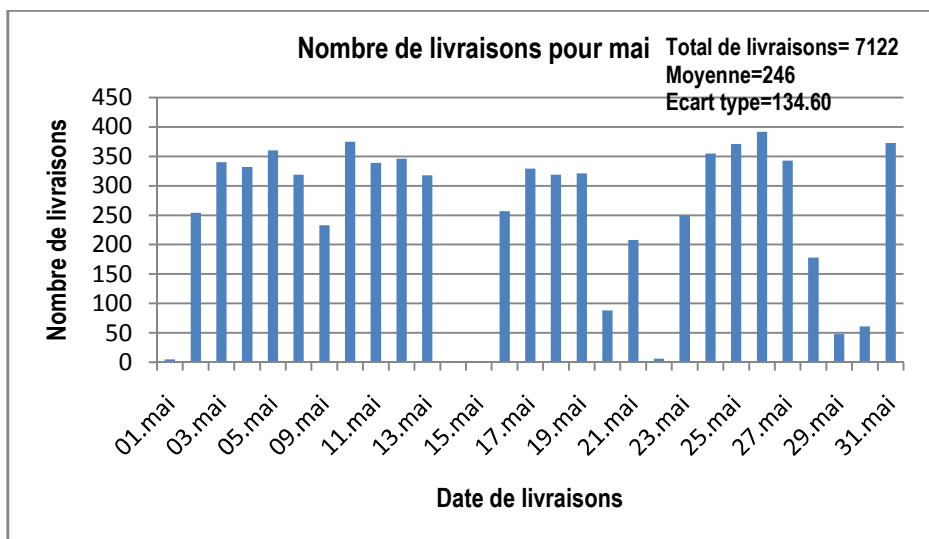
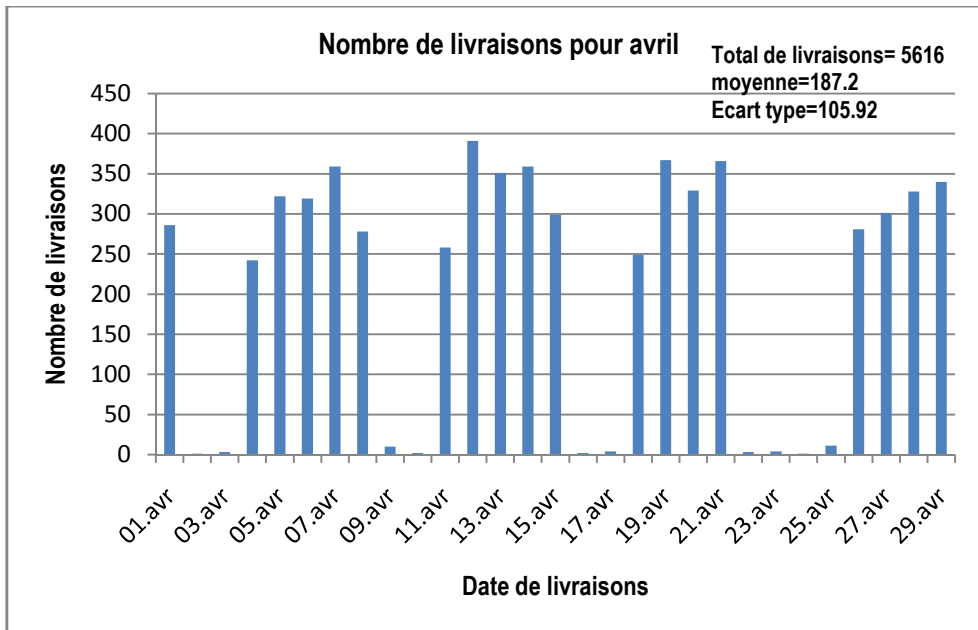
Certaines tournées ont été organisées pour une seule livraison, qui pourrait se justifier par une rupture de stock imprévue dans une piscine, un dimanche par exemple.

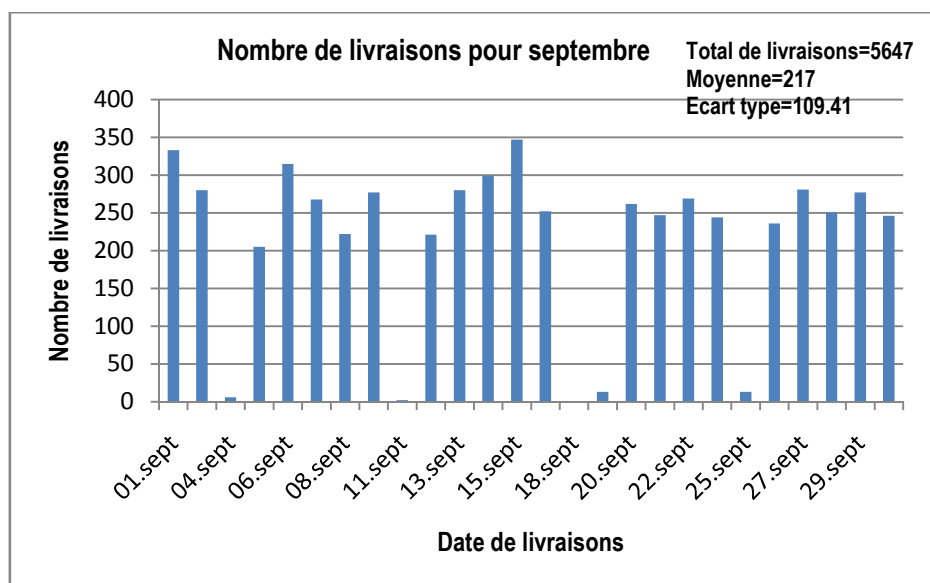
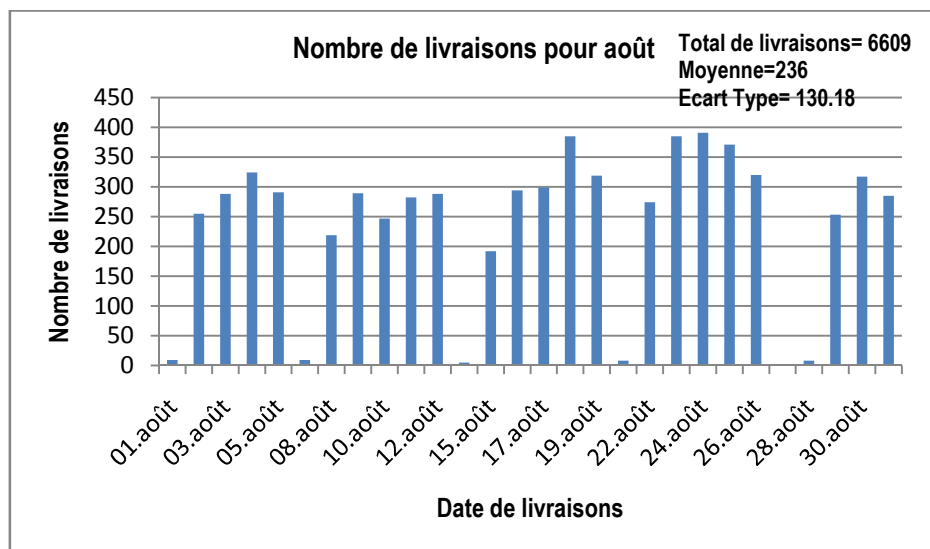
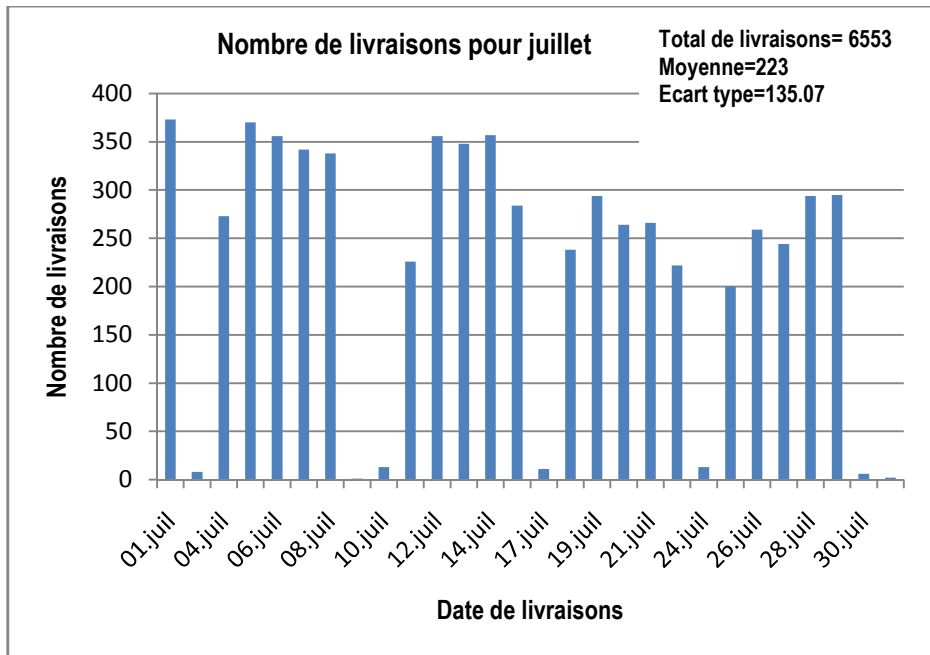
Il a été constaté que certains clients ont passé quelques petites commandes, voire une seule, par année ; le parc clients évolue, et pour des raisons commerciales ce type de livraisons peut être effectué.

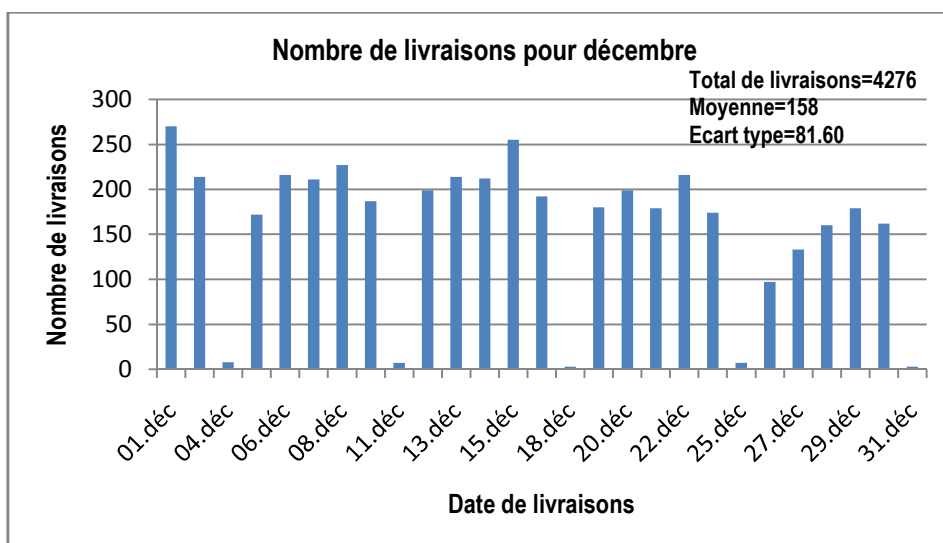
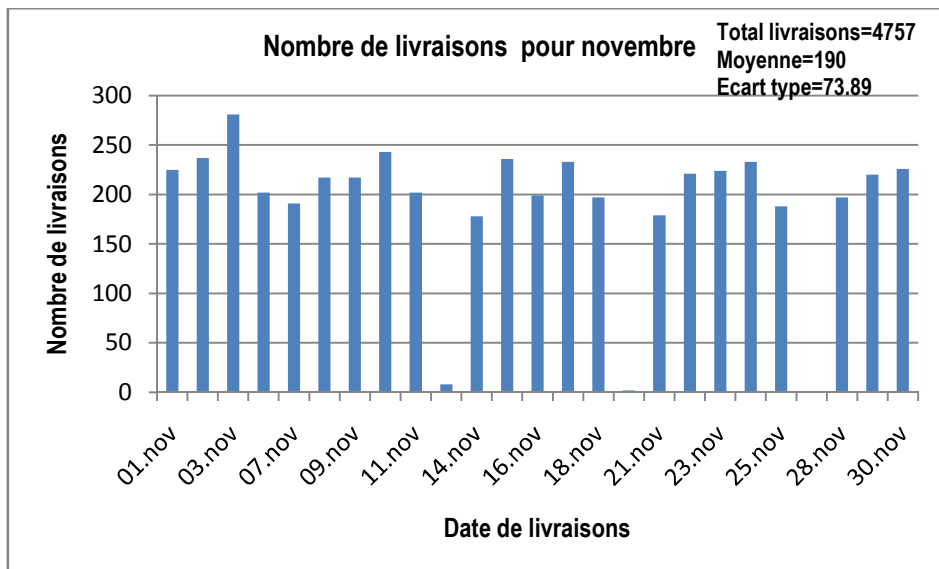
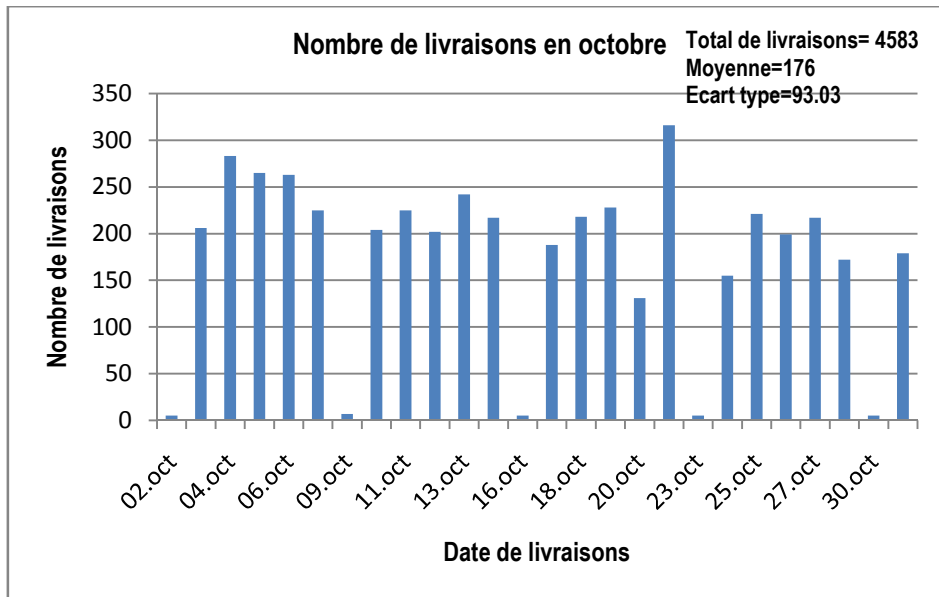
Graphiques de l'analyse statistique

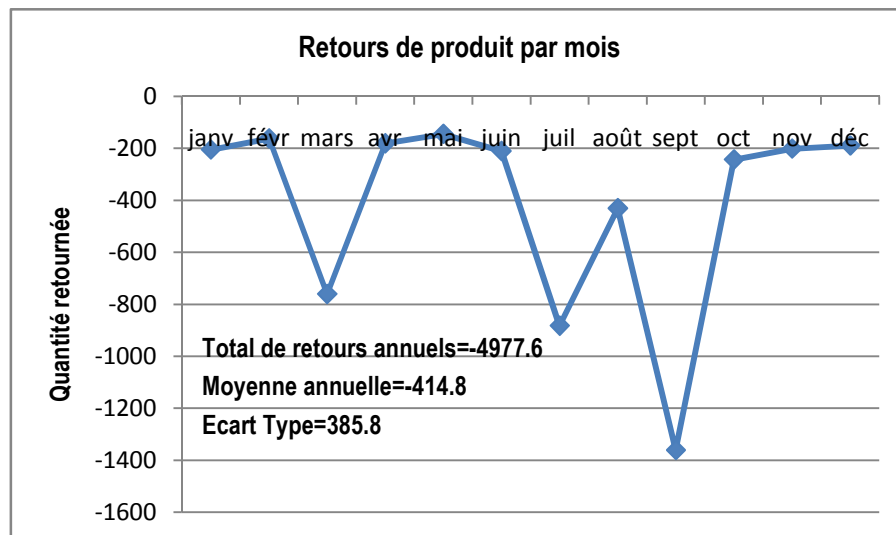
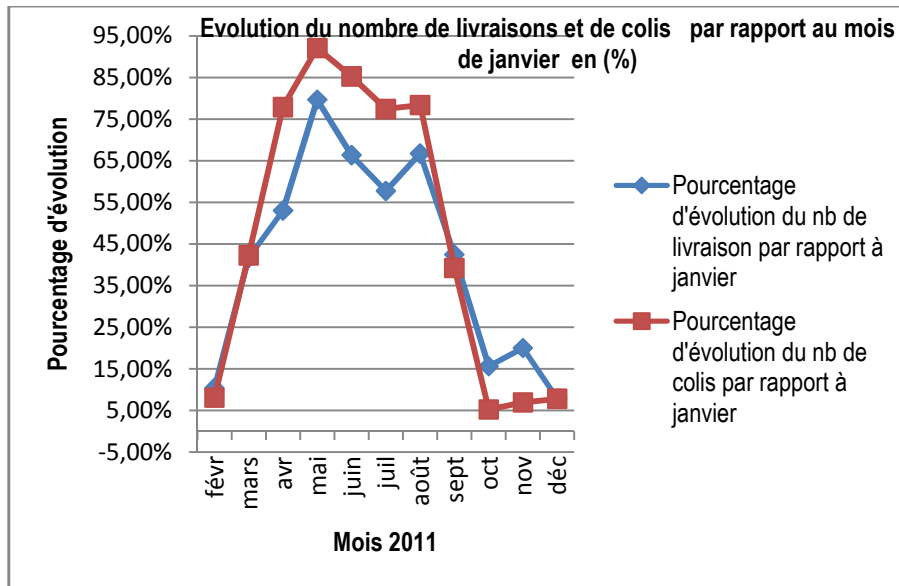












2) Cueillette de données sur le terrain

Une visite au dépôt Aclens, un des 9 dépôts, a été programmée pour effectuer une tournée complète qui part et revient au dépôt. Avant de passer à la récolte de données de cette tournée, il est utile de décrire le processus préalable à sa planification:

Le centre de distribution reçoit les commandes que les clients ont effectuées directement par téléphone ou par fax. Il reçoit également les commandes enregistrées par les opérateurs du centre d'appels qui s'occupent des clients réguliers. Toutes les commandes sont groupées dans une base de données SAP et c'est le responsable du centre qui organise les tournées en fonction des fenêtres de temps à l'aide du logiciel Catrin. Chaque chauffeur est assigné à une tournée de clients souvent habituels. Les chauffeurs reçoivent, la veille, la pile des bons de livraisons des clients à desservir pendant la tournée. Après avoir contrôlé la marchandise

préparée par les magasiniers, ils chargent leurs camions. Chaque chauffeur établit son propre plan "manuscrit" de chargement. Le lendemain, le chauffeur vérifie que ses bons de livraisons sont bien classés en fonction de son plan de chargement ; enfin la tournée peut commencer.

Cette tournée concernait 26 clients situés dans la région de Morges et ses environs dont le code postale est de 1023 à 1112. Le temps moyen pour aller d'un client à un autre est d'environ 6 min. La durée moyenne de déchargement auprès d'un client est d'environ 8 min, il est à noter que le client ne contrôle pas la marchandise à la réception, les réclamations doivent être adressées à l'entreprise dans un délai de 24 heures.

La vitesse moyenne du véhicule est d'environ 42.7 km/h. Le temps de pause était négligeable (en moyenne inférieur à 1 min). La pause déjeuner était d'environ 1 heure. La durée totale de la tournée était de 7h30 y compris la pause déjeuner, mais, selon la nouvelle réglementation OTR 2011⁶ la durée maximale de la conduite journalière est de 9 heures. Toutefois, elle peut se porter à 10 heures deux fois par semaine. Le chauffeur doit effectuer une pause d'au moins 45 minutes après 4 heures 30 minutes de conduite. La durée de cette pause peut être répartie en une pause de 15 minutes suivie d'une autre de 30 minutes.

Tous les véhicules du centre sont équipés d'un tachygraphe numérique qui inscrit le temps durant lequel le véhicule se déplace.

La tournée s'est déroulée comme prévue, il n'y a eu aucun incident comme des déviations à cause d'un accident, un retard chez un client ou une panne de véhicule ou tout autre imprévu qui peut survenir. En plus, le chauffeur a l'habitude de desservir ce secteur. Ce sont des éléments à prendre en considération lors des estimations des paramètres mesurés.

3.5. Outils utilisés pour la résolution

3.5.1. Modélisation

Une fois que toutes les étapes précédentes ont été réalisées, deux modèles mathématiques ont été élaborés, le premier va permettre d'apporter une solution au problème de TSP, et le second de résoudre le problème de CVRP.

⁶ <http://www.admin.ch/ch/f/rs/8/822.221.fr.pdf> [consulté le 01.08.12]

En se basant sur la littérature traitant le *TSP* et le *CVRP* avec une formulation en programmation linéaire en nombres entiers, nous avons construit nos modèles dont la description détaillée se trouve dans la section 4.1 de la partie 4.

3.5.2. Détermination de la matrice de distance

Pour pouvoir solutionner le problème, la matrice de distance est nécessaire. Il s'agit de construire, à partir des données mises à disposition, une matrice dans laquelle se trouve le plus court chemin pour se rendre d'un sommet (ville ou client) à un autre.

Pour ce faire, deux méthodes peuvent être utilisées : 1) Elaborer un algorithme comme L'algorithme de Dijkstra qui est appliqué dans le calcul d'itinéraire routier. 2) utiliser des logiciels de cartographie comme Google Earth combiné au module GE Path, Mappoint...

Dans notre cas, nous avons opté pour l'utilisation de Microsoft Mappoint 2011- European Maps comme outil qui permet d'obtenir la matrice de distance.

Microsoft Mappoint est un logiciel de cartographie professionnelle qui fournit des cartes détaillées avec des plans de rues ainsi qu'une fonction de recherche d'adresses.

Il permet de transformer les données stockées dans les versions actuelles de logiciels, notamment Microsoft Office Excel, Office Access, Office Outlook, SQL Server ou d'autres sources de base de données, en cartes. Il permet également d'afficher les territoires de vente, et ainsi évaluer les performances par secteur géographique⁷. Un module complémentaire, non fourni avec la version de base, permet d'avoir la matrice de distance.

Ainsi, la matrice de distance est déterminée en deux étapes :

1. Importer les données, à partir d'un fichier Excel, qui contiennent les clients avec leurs adresses. Chaque client est localisé géographiquement sur la carte.
2. Déterminer la matrice de distance, à l'aide du module complémentaire

⁷ <http://www.microsoft.com/france/mappoint/> [consulté le 02.05.2012]

3.5.3. Méthodes de résolution

Finalement, les outils utilisés pour résoudre les modèles sont la dernière phase pour accomplir l'objectif de ce travail.

Si la modélisation des problèmes de tournées de véhicules est relativement simple, leur résolution est plus complexe, en particulier, pour les problèmes de grandes tailles ; à cause du nombre exponentiel de possibilités de solutions, par exemple, pour 6 localités il y a 720 solutions possibles. C'est pourquoi plusieurs techniques de résolution ont été développées.

Dans notre cas, nous avons utilisé, comme outil de résolution, la programmation en AMPL avec un solveur pour trouver une solution aux petites instances et des softwares pour résoudre les instances de grandes tailles.

AMPL (A Modeling for Mathematical Language Programming), est un langage de modélisation algébrique complet et puissant pour des problèmes d'optimisation linéaire et non linéaire avec des variables discrètes ou continues [R. Fourer et al., 2003].

Développé dans les laboratoires Bell, AMPL permet d'utiliser la notation commune et des concepts familiers de formuler des modèles d'optimisation et d'examiner des solutions, alors que l'ordinateur gère la communication avec un solveur approprié. Dans notre cas, nous utilisons comme solveur CPLEX et GUROBI.

CPLEX est un solveur développé par ILOG IBM, il est destiné à résoudre entre autres PL, PL en nombres entiers, MIP (Mixed Integer Programming).

Gurobi est un solveur développé par Gurobi Optimisation Inc⁸, pour résoudre également entre autres PL, PL en nombres entiers, MIP (Mixed Integer Programming).

En principe, CPLEX et Gurobi sont invoqués en AMPL par la commande "solve" comme suit :

option solver cplex ;

solve;

option solver gurobi;

solve;

⁸ <http://www.gurobi.com/>

Ainsi, le déroulement complet pour programmer en AMPL se fait en 3 fichiers :

- 1) Fichier modèle, inclut la fonction objective, les variables et les contraintes définies par le modèle mathématique ;
- 2) Fichier data, contient toutes les données spécifiques au modèle comme la matrice de distance, la demande des clients, le temps maximum de travail, le temps nécessaires au déchargement...
- 3) Fichier commande, génère la solution du problème en invoquant le fichier modèle, le fichier data et le type de solveur.

Ces trois fichiers seront toujours utilisés que ce soit pour la version étudiant (gratuite) qui est limitée à 300 variables, contraintes et objectifs, la version complète (sous licence) ou la plate forme NEOS [neos solveur].

4. Modélisation & resolution

4.1. Modélisation mathématique

La modélisation sert à représenter un problème sous une forme simplifiée tout en considérant un certain nombre d'éléments qui peuvent intervenir dans la réalisation de son objectif. Le modèle obtenu peut être sous forme mathématique, ou sous forme de graphe. Le but étant de solutionner le problème.

Ainsi, notre problème est modélisé sous une formulation mathématique. La conception de nos modèles, est basée sur la programmation linéaire en nombres entiers.

Le *TSP* est modélisé selon [Dantzig, 19540] et [C.Rego et C. Roucairol, 1994] :

$i = j = \{1, \dots, n\}$ L'ensemble des localités à visiter

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'arc } (i,j) \text{ appartient à la tournée,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

d_{ij} : Distance entre la localité i et j

Fonction objectif :

$$\text{minimiser } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad 4.1$$

Sujet aux contraintes:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad 4.2$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad 4.3$$

$$S = \left\{ \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1, Q \subset \{1, \dots, n\} \right\} \quad 4.4$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j) \quad 4.5$$

Cette formulation correspond au *TSP* asymétrique.

L'objectif (4.1) est de déterminer un parcours de distance minimale, d'un seul véhicule qui part d'une localité qui pourrait être un bureau ou un dépôt, pour visiter $n-1$ autres localités ; le véhicule revient à la localité de son départ. En vocabulaire de graphe, l'objectif consiste à trouver le circuit hamiltonien de distance minimale dans un graphe complet.

L'ensemble S (4.4) est choisi de telle sorte à éliminer les solutions de tours qui ne passent que par un sous-ensemble de n clients (sous-tours) satisfaisant les contraintes (4.2), (4.3) et (4.5). Comme indiqué dans la revue de la littérature, l'ensemble S a plusieurs formulations. La formulation (4.4) qui a été choisie contient environ 2^n-1 sous-tours à éliminer, elle est loin d'être la formulation qui génère le moins de contraintes d'élimination de sous-tours, mais, puisque l'étude de TSP ne constitue pas un des objectifs principaux de ce travail, en plus les instances simulées sont de petites tailles (≤ 30 localités), elle reste donc applicable.

Pour concevoir le deuxième modèle, CVRP, au départ, nous nous sommes basés sur les modèles de [B.L. Golden et al., 1975] et [C.Rego et C. Roucairol, 1994] qui sont des modèles avec la variable de décision (x_{ijk}) à trois indices. La description complète se trouve dans la partie 2 à la page 10. La résolution du modèle donnait satisfaction pour les petites instances ($n \leq 7$) mais avec un temps de calcul relativement élevé et qui croit avec le nombre de localités à desservir, les résultats expérimentaux, dans la section méthodes de résolution, le montre bien. C'est pourquoi, nous avons opté pour la modélisation du CVRP avec la variable de décision à deux indices (x_{ij}) selon [M. Passacantando, 2011], [Toth et Vigo, 2002] et [Ki Ho Chung, 2007]

L'estimation des paramètres comme la vitesse (42km/h), le temps réglementaire de la durée de travail pour les chauffeurs (9h),... est basée sur les données récoltées sur le terrain lors de la tournée.

Il a été décidé de considérer, pour tous les véhicules, un temps moyen de service pour le déchargement de la marchandise, ainsi qu'un temps moyen de durée total de la tournée, une vitesse moyenne ; même si en réalité ces paramètres, en particulier le temps de service et la vitesse, dépendent du facteur humain (chauffeur rapide, discute plus au moins avec le client...). Ce choix a été guidé surtout pour minimiser le temps de calcul, ce qui permet de résoudre un plus grand nombre possible d'instances. Pour ne pas fausser les résultats, tous les paramètres ont des unités de mesures uniformes (km, km/min, min, ...)

Les variables de décision sont définies comme suit :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } j \text{ est visité immédiatement après } i \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

y_i = variable réelle, modélisant la quantité totale à livrer par le véhicule qui visite le client i depuis le dépôt jusqu'à i inclus

Les paramètres qui interviennent dans la formulation du problème sont :

$V = \{1, 2, \dots, n\}$: ensemble de sommet, le sommet 1 correspond au dépôt

$K = \{1, 2, \dots, m\}$: ensemble de véhicules disponibles

n = nombre de sommets (clients ou localités)

m = nombre de véhicules

C = capacité du véhicule $k = 200$ colis

T = Temps maximal de parcours du véhicule $k = 540$ min (9h)

q_i = Demande du sommet i ($q_1 = 0$ colis)

t_k = Temps nécessaire au véhicule k pour décharger au sommet i , ($t_k = 12$ min)

t_{ij} = temps nécessaire au véhicule k pour traverser l'arc (i, j) ($t_{ij} = \frac{1}{V} d_{ij}$ où V correspond à la vitesse moyenne égale à 42 km/h = 0.7 km/min)

d_{ij} = distance entre i et j en km

Fonction objectif:

$$\text{minimiser } \sum_{j=2}^n x_{1j} \quad 4.6$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 4.7$$

$$\sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 4.8$$

$$\sum_j x_{1j} \leq k \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 4.9$$

$$\sum_{j=1}^n t x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T \quad 4.10$$

$$y_j - y_i + Cx_{ij} \leq C - q_i \quad \forall i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad 4.11$$

$$q_i \leq y_i \leq C \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 4.12$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j \in V, i \neq j) \quad 4.13$$

L'objectif (4.6) est de minimiser le nombre de véhicules à utiliser. Les contraintes (4.7) et (4.8) expriment que chaque client est desservi exactement par un véhicule, et que le véhicule qui entre soit celui qui sorte. La contrainte (4.9) garantit que l'on ne dépasse pas le nombre de véhicules disponibles ainsi que le départ et l'arrivée au dépôt. La contrainte (4.10) assure le respect du temps maximal de la tournée. La contrainte (4.11) sert à déduire y_j de y_i si une tournée livre le client i après le client j et elle permet également d'éviter les sous-tours. La contrainte (4.12) permet de définir et de borner la variable y_j telle que quel que soit le client i , y_j doit au moins satisfaire la quantité demandée q_i sans dépasser la capacité C du véhicule. La contrainte (4.13) assure que la variable de décision est binaire.

Fonction objectif :

$$\text{minimiser} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, j \neq i} d_{ij} x_{ij} \quad 4.14$$

Sujet aux contraintes :

$$\sum_{i \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 4.15$$

$$\sum_{j \in V, i \neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 4.16$$

$$\sum_j x_{1j} \leq k \quad \forall j = 2, \dots, n \quad 4.17$$

$$\sum_{j=1}^n tx_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq T \quad 4.18$$

$$y_j - y_i + Cx_{ij} \leq C - q_i \quad \forall i, j = 2, \dots, n, i \neq j \quad 4.19$$

$$q_i \leq y_i \leq C \quad \forall i = 2, \dots, n \quad 4.20$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i, j \in V, i \neq j)$$

4.21

L'objectif (4.14) est de minimiser la distance totale parcourue. Les contraintes de 4.15 à 4.21 restent les mêmes que celles de 4.7 à 4.13. Par contre, les deux modèles ne tiennent pas compte des contraintes de pauses et de déjeuner des chauffeurs.

4.2. Méthodes de résolution et analyses

Une fois que les modèles sont définis, il faut concevoir des méthodes capables de donner une ou plusieurs solutions. Le choix de la méthode de résolution constitue une étape cruciale. Comme il a été précisé dans la revue de la littérature, il existe deux grandes familles de méthodes de résolution. D'une part, les méthodes exactes qui ont l'avantage de trouver la solution complète, d'autre part, les méthodes approchées (heuristiques et métaheuristiques) qui sont incomplètes mais elles sont efficaces pour résoudre les problèmes de grandes tailles.

De ce fait, pour la résolution des instances de petites tailles $n \leq 23$ sommets, notre choix s'est porté sur l'utilisation des solveurs CPLEX et GUROBI, qui utilisent l'algorithme d'évaluation et de séparation "Branch & Bound" et l'algorithme d'évaluation et de coupe "Branch and cut". Pour la résolution des instances de grandes tailles, nous avons eu recours aux logiciels commerciaux.

4.2.1. Résolution avec les méthodes exactes

La procédure pour résoudre les instances de petites tailles en utilisant les méthodes exactes est comme suit :

- 1) Programmation des modèles en AMPL pour générer le fichier modèle en format texte ;
- 2) Préparation des données consiste à, d'abord, trier les livraisons de la première semaine de janvier selon un ordre croissant des codes postaux. Pour les simulations, il s'agit de la région de Lausanne dont le code postale est de 1000 à 1004 pour $n \leq 12$ sommets, et de 1010 à 1020 pour $n \leq 23$ sommets. Ensuite, avec Mappoint 2011 les clients (sommets) sont importés et localisés géographiquement sur la carte par adresse pour les situer précisément. Enfin, avec le module complémentaire la matrice de distance est déterminée. A cette matrice de distance, s'ajoute les autres paramètres : capacité du camion $C= 200$, durée maximale de la tournée $T= 540$ min, temps de déchargement $t= 12$ min, vitesse moyenne $V= 0.7$ km/min. Le fichier data en format texte est généré;

- 3) Solution du problème, est générée par le fichier commande qui invoque le modèle, le fichier data et le type de solveur.

Résultats expérimentaux pour $n \leq 12$ sommets

Des simulations pour des instances de petites tailles $n \leq 12$ ont été effectuées, les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 1.

Modèle	nombre de sommets incluant le dépôt	Distance optimale (km)	Temps de calcul (s)	Type de solveurs	Hardware utilisé
CVRP à 2 indices	7	31.7	0.095	CPLEX 12.3	Core (TM) 2 Quad 2,66 GHz 8 Go
CVRP à 3 indices	7	31.7	1.203	CPLEX 12.3	Core (TM) 2 Quad 2,66 GHz 8 Go
TSP	7	28.43	0.016	CPLEX 9.1.3	PC core Duo 1,7 GHz/ 2 Mo
CVRP à 2 indices	12	37.62	300.046	GUROBI	Core (TM) 2 Quad 2,66 GHz 8 Go
CVRP à 3 indices	12	39.44	1300.6	GUROBI	Core (TM) 2 Quad 2,66 GHz 8 Go
TSP	12	29.7	0.016	CPLEX 9.1.3	PC core Duo 1,7 GHz/ 2 Mo

Tableau 1: résultats pour $n \leq 12$ sommets

Interprétation des résultats

D'abord, nous avons fait des simulations avec les modèles CVRP à 2 indices et 3 indices, les résultats ont montré qu'un seul véhicule est nécessaire pour servir les clients ; sans les contraintes de capacité le problème se réduit au TSP. En effet, le TSP est considéré comme un cas particulier du VRP, en d'autres termes, le VRP est une extension du TSP. Nous avons profité de cette particularité pour comparer la performance des modèles CVRP par rapport au TSP.

Ainsi, pour servir les 7 clients, la distance optimale est la même pour le modèle CVRP à 2 indices que pour le modèle CVRP à 3 indices, par contre, le temps de calcul avec le solveur CPLEX du CVRP à 3 indices est 12.66 fois plus élevé que le CVRP à 2 indices. Quant à la solution donnée par le modèle TSP, elle présente une performance de 10.3% et un temps de calcul 5.94 fois plus rapide que le CVRP à 2 indices et 75.18 fois plus rapide que CVRP à 3 indices.

Pour servir les 12 clients, la distance optimale donnée par le *CVRP* à 2 indices est meilleure de 4,6% par rapport à celle donnée par le *CVRP* à 3 indices, tandis que le temps de calcul enregistré une différence entre les deux modèles en utilisant le solveur GUROBI. Quant au modèle *TSP*, il améliore la solution de 21% par rapport à celle trouvée par le *CVRP* à 2 indices dans un temps extrêmement rapide de 0.016 s contre 300.046 s.

Le *TSP* donne un meilleur résultat qui peut s'expliquer par le fait que le *TSP* génère très peu de contraintes par rapport aux modèles *CVRP*, d'ailleurs plus le nombre de sommets augmente plus l'écart est important (21% pour 12 sommets) à cause de l'augmentation exponentielle des combinaisons. Toutefois, son utilisation reste très limitée à des instances de petites tailles, et dans le cas d'une application directe, il faut s'assurer que la quantité totale de la demande n'excède pas la capacité du camion et que la distance optimale obtenue respecte la limite de la distance que peut parcourir le véhicule par jour, qui peut être calculée en fonction de la vitesse moyenne du véhicule et de la durée de travail journalière autorisée.

Résultats expérimentaux pour $n \leq 23$ sommets

A la lumière des résultats précédents, le modèle *CVRP* à 2 indices a été retenu afin d'effectuer des simulations pour des instances de petites tailles $n \leq 23$ mais avec des demandes plus importantes, le tableau 2 illustre les résultats obtenus.

nombre de sommet incluant le dépôt	Nombre de véhicules	Distance totale optimale (km)	Temps de calcul (s)	solveurs	Hardware utilisé
7	2	55.31	0.65	CPLEX 11.2.0	PC core Duo 1,7 GHz/ 2 Mo
7	2	54.03	0.352	GUROBI	
12	2	65.69	2091.7	GUROBI	
22	2	108.64	1800.68	GUROBI	Core (TM) 2 Quad 2,66 GHz/ 8 Go
23	2	135.86	2600.58	GUROBI	

Tableau 2: résultats pour $n \leq 23$ sommets

Interprétation des résultats

On constate que lorsque deux véhicules sont nécessaires pour satisfaire la demande de l'ensemble des clients, le temps de calcul augmente. Par exemple, pour les 7 clients, avec l'utilisation d'un PC de 1.7GHz et une mémoire de 2 Mo, le temps de calcul passe de 0.23 s à 0.65 s soit 2.82 fois le temps de calcul dans le cas où le même nombre des clients est servi par un seul véhicule. Cette augmentation est due au fait qu'il faut répartir les clients en tournées et les ordonner dans chaque tournée. Certes, le temps de calcul croît avec le nombre de clients mais la puissance et la capacité du matériel informatique (hardware) utilisé jouent un rôle prépondérant dans la rapidité de ce dernier ; le temps de calcul pour 12 clients est de 2091.7 s avec un PC de 1.7GHz et 2 Mo de RAM, contre 1800.68 avec un ordinateur de 2.66 GHz et 8 Go de RAM pour 22 clients soit 1.16 fois de moins tout en ayant presque deux fois plus de clients. Le temps de calcul dépend également du type de solveur, CPLEX a un temps plus long que GUROBI.

Avec GUROBI le résultat est meilleur de 2.3% par rapport à celui donné par le CPLEX. Cette différence pourrait être due au fait qu'il arrive qu'un bug de CPLEX affecte le modèle et arrête de chercher la solution optimale, d'ailleurs par défaut le CPLEX termine de chercher l'optimum dès qu'il trouve une solution avec un gap de 0.01%. Des résultats légèrement différents peuvent être obtenus avec différentes versions de solveurs.

Evaluation de notre résolution

D'après les résultats obtenus, notre modèle permet :

- 1) d'avoir la distance minimale de l'ensemble des véhicules en précisant l'ordre de clients à visiter pour chaque tournée. La vitesse du temps de calcul dépend du modèle, de la taille des instances, du matériel informatique et du type de solveur utilisé.

- 2) d'avoir le nombre minimal de véhicules nécessaires pour couvrir l'ensemble des demandes de clients. Dans le cas où une demande est supérieure à la capacité du véhicule, le programme identifie exactement le client en question et spécifie de combien cette demande dépasse la capacité, toutefois, il n'y a pas de solutions.

Par contre, le modèle ne permet pas de fractionner les commandes pour répartir les surplus, vu que chaque client ne peut être visité qu'une seule fois par un seul véhicule. Il ne fournit aucune indication sur le taux de remplissage des véhicules, et il n'offre pas la possibilité d'avoir une seconde tournée ou plus si la durée maximale le permet. L'intégration de ces contraintes supplémentaires donnera plus de flexibilité mais,

certainement, il faudra développer d'autres modèles où la complexité augmentera. Ce qui prouve les raisons pour lesquelles les méthodes exactes se restreignent aux problèmes de petites tailles.

4.2.2. Résolution avec les méthodes approchées

Les instances de grandes tailles ne peuvent être résolues qu'avec les méthodes approchées, des logiciels commerciaux ont été utilisés. Une requête pour la version d'essai a été envoyée aux 15 fournisseurs qui ont fait l'objet de comparaison pour les logiciels disponibles sur le marché à la section 3.3. Seulement deux fournisseurs, SAITECH, inc pour WebSTARS et Paragon Software Systems, Inc pour Paragon Routing and Scheduling Optimizer, y ont répondu.

Il est important de souligner que les données qui ont servi, aux fournisseurs, pour les simulations étaient anonymes, aucune indication sur les clients, type de produit ainsi que le nom de l'entreprise (Nestlé) n'a été mentionnée.

Ainsi, les résultats pour la première semaine de janvier qui comprend 650 clients à livrer sont comparés et se trouvent dans le paragraphe suivant.

Résolution avec le logiciel WebSTARS

Les résultats des simulations effectuées par WebSTARS version 5.2. Sont illustrés par le tableau 3 et un exemple d'affichage d'un itinéraire sur une carte est représenté par la figure 2.

Véhicule	Distance optimale (km)	Durée de la tournée
1	83	06:42
2	140	07:05
3	130	06:14
4	186	08:51
5	52	06:10
6	264	08:51
7	65	06:37
8	194	08:46
9	100	06:04
10	171	08:46

11	133	06:25
12	164	08:53
13	218	07: 11
14	98	08:07
15	128	07:50
16	161	08:44
17	159	08:40
18	136	06:58
19	68	05:54
20	119	07:37
21	270	08:59
22	124	07:32
23	87	05:32
24	154	08:32
25	141	08:18
26	91	06:12
27	124	07:15
28	71	06:15
29	141	07:18
30	121	07:08
31	125	06:59
32	97	06:54
33	140	05:50
34	141	07:20
35	187	08:53
36	120	06:52
37	139	08:28
38	118	05:53
39	142	08:47
40	126	07:16
41	129	06:14
42	157	08:00
43	63	06:21

Tableau 3: résultats pour 650 clients avec WebSTARS

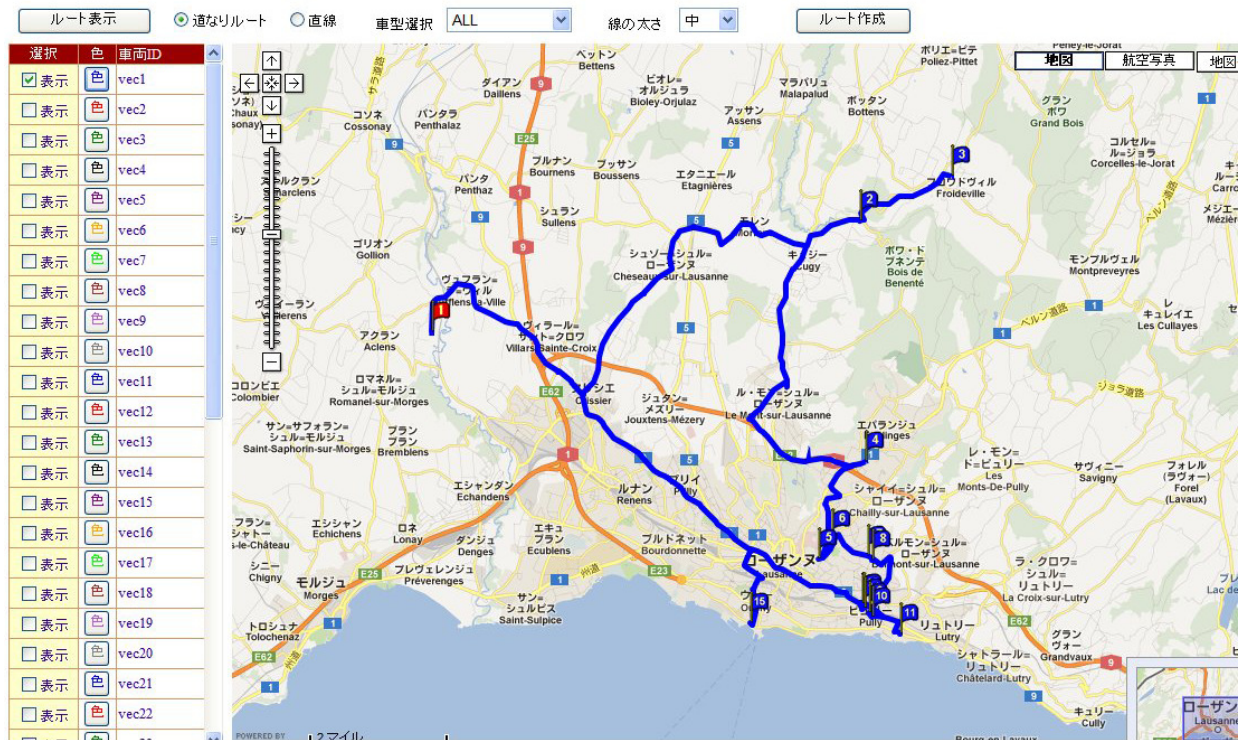


Figure 2: exemple d'itinéraire -véhicule 1

Résolution avec le logiciel Paragon Routing and Scheduling Optimizer

Les résultats fournis par Paragon software sont présentés d'une manière différente de ceux donnés par SAITECK, et sont résumés dans le tableau 4. La figure 3 représente un exemple d'affichage d'un itinéraire sur une carte.

Véhicule	Nombre de voyage	Distance optimale (km)	temps de travail	temps de conduite
1	6	660	13:08	12:56
2	8	777	18:16	16:03
3	5	922	17:57	18:09
4	10	948	20:06	17:30
5	7	618	14:06	13:18
6	6	517	02:04	10:39
7	8	695	10:46	13:58
8	6	305	23:34	07:34

Tableau 4: résultats pour 650 clients avec Paragon Routing and Scheduling Optimizer

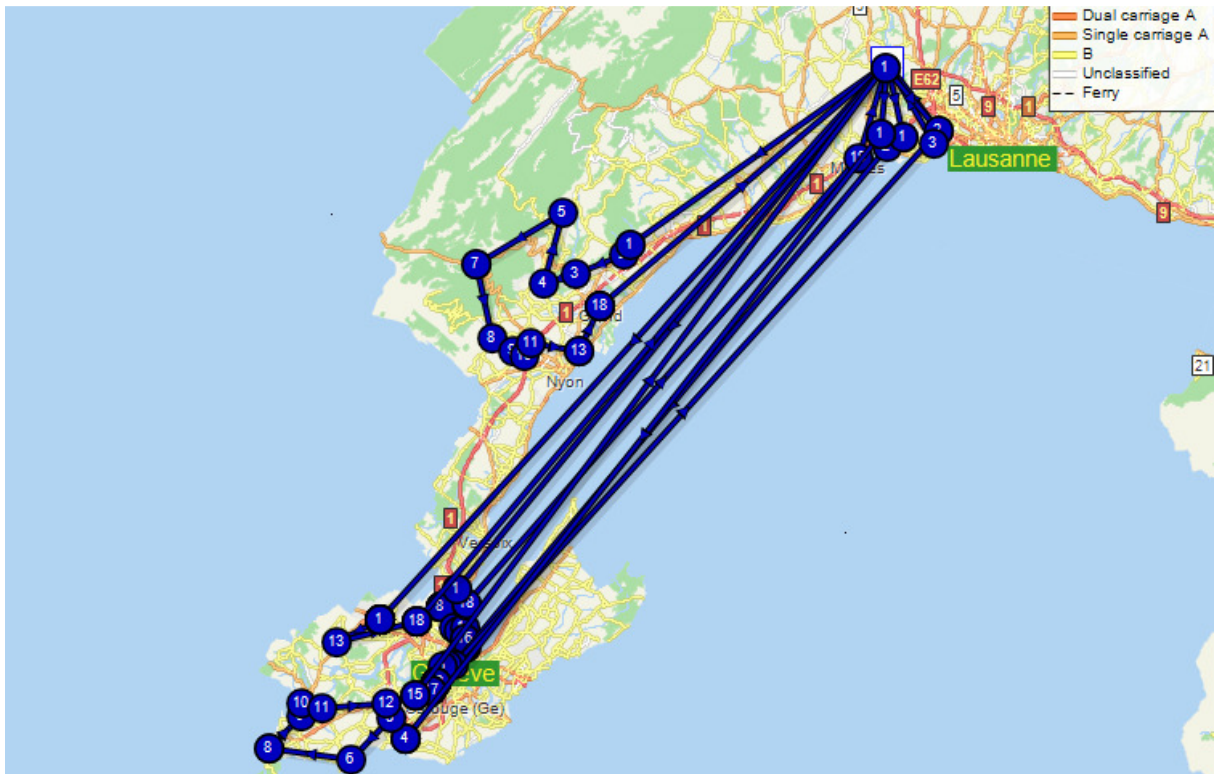


Figure 3: exemple d'itinéraire-véhicule 1

Comparaison des résultats des deux logiciels

Le nombre minimum de véhicules nécessaires pour satisfaire la demande des 650 clients est de 43 véhicules pour WebSTARS contre 56 véhicules pour Paragon Routing, il est à noter que WebSTARS considère qu'un véhicule effectue un voyage et Paragon Routing considère qu'un véhicule est assigné à plusieurs voyages répartis sur la semaine, par exemple, le véhicule 1 effectue 6 voyages tels que, 1 voyage chaque jour et 2 voyages le vendredi. Ces deux résultats sont à titre indicatifs et peuvent être optimisés en fonction des fenêtres de temps (Paragon Routing a terminé certaines tournées à 13h00) et le temps de travail des chauffeurs.

La distance totale parcourue par l'ensemble de la flotte est de 5777 km pour WebSTARS contre 5442 km pour Paragon Routing.

La durée totale des tournées est de 317h 4 min pour WebSTARS contre 398h 4 min pour Paragon Routing.

Le temps de calcul est de 55.61 secondes pour WebSTARS contre 180 secondes pour Paragon Routing

Les deux logiciels sont avec fenêtre de temps.

Dans le cas où la quantité demandée par le client dépasse la capacité du véhicule, les deux logiciels font une répartition automatique.

Les deux logiciels offrent une flexibilité au planificateur pour apporter des modifications comme insérer des nouvelles commandes, en supprimer d'autres, changer un itinéraire...

Paragon Routing permet de traiter jusqu'à 10000 demandes contre 2000 demandes pour la version actuelle de WebSTARS.

WebSTARS permet de définir un seuil de remplissage des véhicules, le planificateur peut décider qu'une tournée ne peut avoir lieu que si le véhicule est rempli à 90%. Quant à Paragon Routing, il est possible d'intégrer un seuil de remplissage.

Les deux logiciels permettent d'afficher les itinéraires sur une carte, et à notre avis, WebSTARS visualise mieux ces itinéraires (comparer fig. 2 et fig.3)

Les deux logiciels n'offrent pas un plan de chargement des véhicules.

5. Conclusion et propositions

Dans ce travail de master, nous avons étudié, dans un contexte réel pour le cas de distribution des produits surgelés et des glaces de Nestlé, le problème de tournées de véhicules dans sa version de base *CVRP* qui consiste à déterminer des tournées pour livrer des quantités de produits à des clients répartis géographiquement sur l'ensemble de la Suisse, tout en ayant deux objectifs principaux à atteindre, la minimisation du nombre de véhicules et la minimisation de la distance totale parcourue par l'ensemble des véhicules.

Pour atteindre ces objectifs principaux, nous nous sommes basés sur la littérature qui traite cette problématique sous forme de modèles mathématiques avec une formulation en programmation linéaire en nombres entiers. Ainsi, en premier nous avons conçu un modèle simple qui permet à un seul véhicule de faire une tournée pour visiter un ensemble de clients avec seules contraintes de visiter et quitter le client une seule fois, il s'agit du modèle du voyageur de commerce "*TSP*". Sa résolution avec les méthodes exactes donne de bons résultats avec un temps de calcul raisonnable. Ce modèle pourrait servir comme outil pour organiser des tournées, qui sont en général relativement de petites tailles, ou planifier les visites des représentants de l'entreprise principalement s'ils n'en disposent d'aucun moyen.

Ensuite, nous avons conçu le modèle pour le *CVRP* dont les méthodes de résolutions se sont révélées plutôt complexes.

Pour résoudre les modèles *CVRP* définis, dans un premier temps, nous avons utilisé des solveurs qui ont montré leur limite à des instances de petites tailles de 23 clients au maximum. Les résultats obtenus, lors des simulations, montraient de légères différences au niveau des valeurs de la distance optimale et d'importants écarts au niveau du temps de calcul qui dépend du type de solveur, de la puissance et la capacité du matériel informatique (hardware). Ceci nous fait réfléchir sur l'importance d'avoir un outil de construction de tournées qui doit être basé sur des algorithmes d'optimisation très performants.

Quant à la résolution des problèmes de grandes tailles, nous avons eu recours à deux logiciels commerciaux, Paragon Routing et WebSTARS, qui ont montré leur capacité à fournir une solution, en quelques minutes, de planifier des tournées pour servir 650 clients à partir d'un seul dépôt. Ces logiciels permettent d'introduire plusieurs contraintes.

Le choix de l'un des logiciels dépendra de plusieurs facteurs, en premier le volume que l'on veut traiter, si la planification mensuelle est souhaitée, soit une moyenne de 5489 livraisons, le logiciel Paragon Routing est

adapté puisqu'il permet de traiter jusqu'à 10000 demandes. Par contre, si la planification par semaine est préconisée, avec un maximum inférieur à 1000 commandes, le logiciel WebSTARS peut convenir. Toutefois, d'autres paramètres doivent être considérés comme l'évolution du logiciel, le prix des licences et des mises à jour...

Il est également nécessaire d'avoir d'autres offres afin de pouvoir faire un choix judicieux.

Le modèle et la résolution des problèmes de tournées de véhicules que nous avons proposés n'assurent pas que les véhicules soient complètement pleins ou du moins considèrent un seuil admissible de taux de remplissage. Ils ne prévoient pas non plus d'effectuer des multi tours quand la durée maximale allouée à une tournée l'autorise.

Par ailleurs, nous avons considéré un seul dépôt et Nestlé dispose de neuf autres dépôts régionaux, il serait intéressant d'étudier la possibilité de tournées multi-dépôts. Les retours de marchandises n'ont pas été pris en compte. Les contraintes de plages horaires ou fenêtres de temps que les clients préfèrent ou imposent pour leurs livraisons, qui constituent la variante *VRPTW*, n'ont pas été introduites dans cette étude.

Ainsi, le développement de solutions qui prend en considération tous ces éléments peut donner lieu à de nombreux futurs travaux.

La complexité et la richesse du problème explorées lors de ce travail, nous permettent de faire quelques propositions qui pourront être utiles à considérer lors de l'intégration d'un outil commercial de planification de tournées de véhicules.

A commencer par évaluer les limites du système actuel qui gère la planification de tournées, le logiciel "CATRIN". Se servir de notre analyse statistique des livraisons pour l'année 2011 du centre de distribution Aclens qui pourrait être complétée par l'analyse des livraisons effectuées par les autres centres dans la même année ainsi qu'une année avant et après pour avoir une vue globale sur l'évolution du volume de livraisons afin de dimensionner correctement le support qui va pouvoir traiter ce volume. En plus, des contraintes prises par notre modèle et celles qu'il lui en manquent, il serait plus que souhaitable de s'entretenir avec les planificateurs pour identifier leurs principaux besoins, en d'autres termes, définir les contraintes qui leur semblent primordiales pour la résolution du problème ; car, souvent, les concepteurs de système considèrent certaines contraintes comme secondaires, alors que les planificateurs estiment qu'elles sont très implorantes. Pour cela, leur implication dès cette première phase permettra de concevoir un système plus robuste, qui répond au mieux aux besoins réels et sera utilisé d'une manière optimale.

Cette étape préliminaire étant accomplie, l'implémentation d'un nouvel outil de planification de tournée peut se faire par l'acquisition d'un logiciel commercial comme ceux que nous avons utilisés pour résoudre les instances de grandes tailles, ou de décider de développer un logiciel "maison" spécifique à l'entreprise.

Quelque soit le choix de l'acquisition du nouveau logiciel, à notre avis, les points suivants sont à prendre en considération :

Une mise en place réussie d'un nouveau système, nécessite une équipe mixte composée de développeurs ou de consultants pour leur connaissance et savoir-faire vis-à vis du produit et les planificateurs pour leur connaissance métier et les processus de travail. Cette mixité permettra aux utilisateurs clés d'acquérir la connaissance du produit et aux développeurs d'adapter le produit aux spécificités, ainsi, la formation et le transfert seront plus faciles.

Une séance d'information et de présentation du nouveau système doit être organisée pour tous les utilisateurs afin de permettre une transition facile et minimiser leur résistance. L'implication, dès le début du projet, des planificateurs et tous les utilisateurs du système contribuera grandement au succès de son implémentation.

La plupart des logiciels sont conçus d'une manière rigide qui va dans le sens utilisateur. Cette approche n'exploite pas la capacité de l'homme à résoudre les problèmes et son esprit d'analyse, il est donc important de laisser une marge de manœuvre au planificateur pour faire face aux situations imprévues. L'avantage d'un système flexible est qu'il permet d'introduire de nouvelles contraintes qui n'ont pas été considérées au moment de sa conception, par exemple, un nouveau dépôt ou des nouveaux véhicules dont les caractéristiques sont différentes de celles de l'ancienne flotte...privilégier les systèmes qui offrent une interaction homme-machine et affichent des informations sur les solutions, sans pour autant nécessiter des compétences en modélisation ou en langage de programmation. Le but est de permettre au planificateur de vérifier si la solution proposée par le logiciel est réalisable, car il peut disposer d'information pertinente, par exemple, un des itinéraires proposé par le logiciel est optimal mais il est souvent engorgé.

Le planificateur introduit les contraintes et les paramètres d'une manière simple avec un langage clair.

L'utilisation des interfaces est facile, la modification ou la suppression d'une partie ou de l'ensemble des contraintes peut être effectuée sans aucune difficulté.

Dans le cas où l'étape préliminaire révèle un besoin d'intégrer la gestion de tournées en temps réel, des systèmes de géo localisation très performants, grâce aux avancées technologiques actuelles, peuvent être intégrés et doivent permettre au planificateur d'agir en temps réel sur les conséquences d'incidents qui

peuvent survenir. Cependant, il faut garder à l'esprit que la résolution des problèmes de tournées est exponentielle, par conséquent, il faut éviter l'insertion des contraintes qui ne sont pas importantes, mais simplement, il serait sympathique de les avoir "nice to have".

Le choix d'un système flexible et évolutif serait avantageux car il permet, dans un premier temps, de se limiter à l'essentiel; ensuite, d'ajouter d'autres fonctionnalités selon l'évolution des besoins.

Finalement, ce travail peut servir d'assise pour faciliter l'élaboration d'un cahier de charge pour la mise en place d'un nouvel outil de gestion de tournées.

Attestation

Je déclare sur l'honneur, que j'ai effectué ce Travail de Master seul, sans autre aide que celles dûment signalées dans les références, et que je n'ai utilisé que les sources expressément mentionnées. Je ne donnerai aucune copie de ce rapport à un tiers sans l'autorisation conjointe du Responsable de l'Orientation et du Professeur chargé du suivi du Travail de Master et de l'institution ou entreprise pour laquelle ce travail a été effectué.

Genève, 31 août 2012

Btism Mourid St-Pierre

6. Bibliographie

- [1] B.L Golden, T.L Magnanti et H. Q Nguyen, Technical report no 115 Operation research center MIT, (Septembere 1975)
- [2] C. Prins, M. Servaux, Programmation linéaire avec Excel, Eyrolles, (2000)
- [3] C.Rego et C.Roucairol, Le problème de tournées de véhicules : Étude et résolution approchée. Technical Report 2197, INRIA- Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, (1994)
- [4] C.E Miller, A.W Tucker et R.A Zemlin, Integer programming formulation of traveling salesman problems, Journal of the ACM., Vol. 7,4. p.326–329, (1960)
- [5] E.L Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G Rinnooy Kan, D.B. Shmoys, The traveling salesman problem. A guided tour of combinatorial optimisation, John Wiley & Sons, (1985)
- [6] European.Commission, European Transport Policy for 2010: time to decide White Paper. Office for official publications of the European Communities, Luxemburg, ISBN 92-894-0341-1, (2001).
- [7] F. Marshall, Vehicle Routing, In Handbooks in Operations Research and Management Science , Amsterdam : Elsevier Science, Vol. 1 pp. 1-33, sous la dir. de M.O. Bali,(1995)
- [8] G. Desaulniers, J. Desrosiers, A. Erdmann, M.M Solomon et F. Soumis, VRP with Pickup and Delivery, The Vehicle Routing Problem, In P.Toth. and D.Vigo, editors SIAM, p. 225–242, (2002)
- [9] G. Laporte, The Traveling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms, European Journal of Operational Research, Vol. 59 p.231–247, (1992a)
- [10] G. Laporte, The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms, European Journal of Operational Research, Vol. 59. p.345–358, (1992b)
- [11] G. Laporte, What you should know about the vehicle routing problem, Naval Research Logistics, Vol. 54 p. 811–819 (2007)
- [12] G. Laporte, H. Mercure et Y. Nobert, A branch-and-bound algorithm for a class of asymmetrical vehicle routing problems, Journal of the Operational Research Society, forthcoming, (1991).
- [13] G. B Dantzig et J. H Ramser,The truck dispatching problem, Management Science - Vol. 6 p. 80-91, (1959).
- [14] G. Laporte, Classical and Modern Heuristics for the Vehicle Routing Problem, International Transactions in Operational Research, Vol. 7. p. 285–300, (1999)
- [15] G.B Dantzig, D. R Fulkerson et S. M Johnson, Solution of a large-scale traveling-salesman problem, Operations Research, Vol. 2. p. 393–410, (1954)
- [16] J. Lenstra et A. H. G Rinnooy Kan, Complexity of the vehicle routing and scheduling problems. In Networks Springer, Vol. 11. p. 221–228 (1981)
- [17] J.-F Cordeau, M.Gendreau, A.Hertz, G.Laporte et J-S. Sormany, New heuristics for vehicle routing problem. In Logistics Systems: Design and Optimization , Boston , (Eds A.Langevin & D. Riopel), Springer,p. 279–297, (2005)
- [18] J-F. Cordeau, G. Laporte, W.P. Martin, Savelsberg et D. Vigo, Vehicle Routing . In Transportation, Amsterdam : North Holland Publishing, Handbooks in Operations Research and Management Science, sous la dir. de C. Barnhart et G. Laporte. Vol. 14 p. 367-428, (2007)

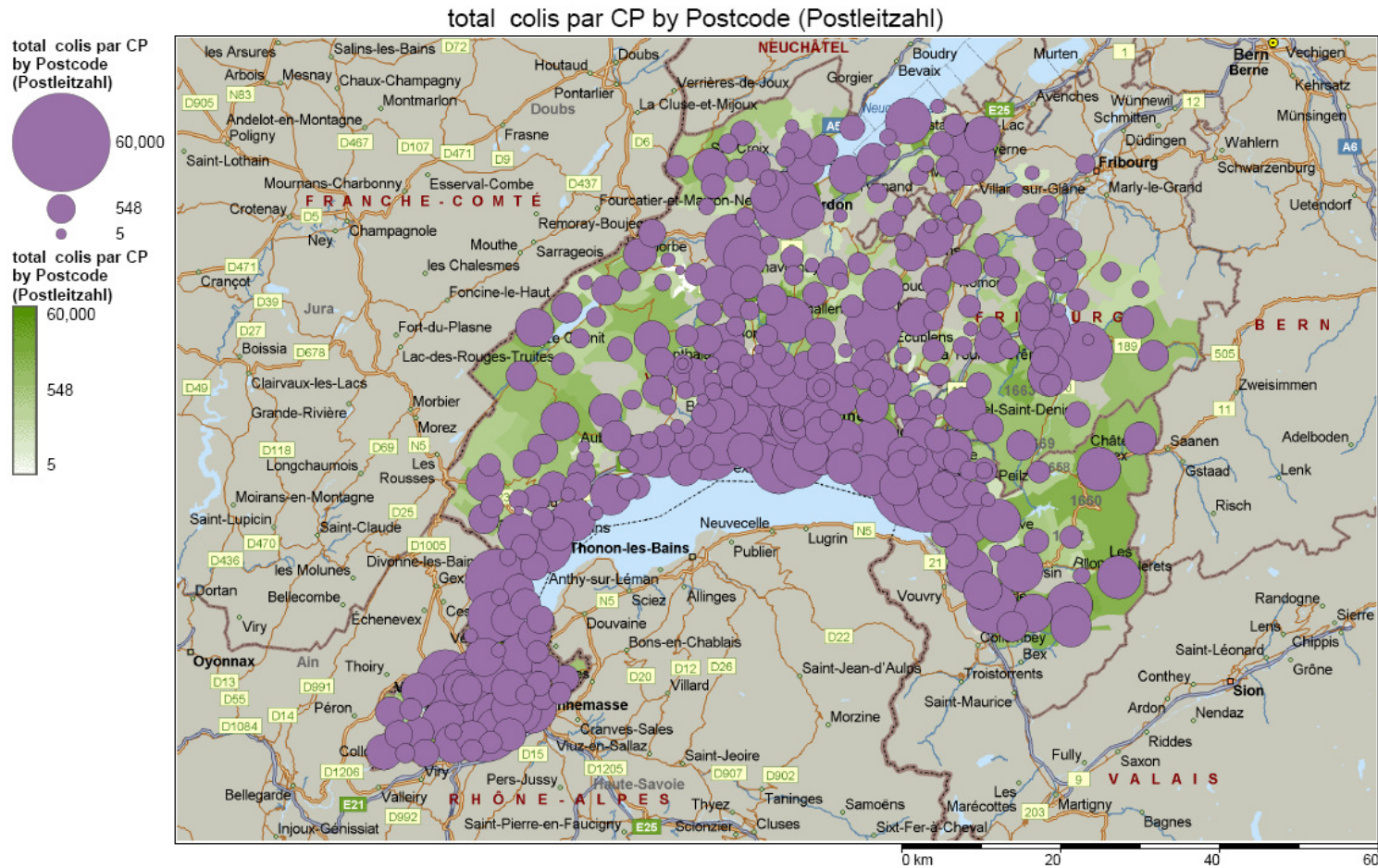
- [19] Ki Ho Chung, C. Seong Ko, J. Young shin, H. Hwang, H.Hwan Kim, Development of mathematical models for the container road transportation in Korean trucking industries, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 53, p. 252-262, (juin 2007)
- [20] L. Bodin, V.Maniezzo et A. Mingozzi, *Street Routing and Scheduling Problems*, Boston :Kluwer Academie Publishes, In *Handbook ofTransportation Science*, 2nd ed., sous la dir. de Randolph W. Hall,. - p. 413-449, (2003)
- [21] M. Passacantando, *cours de recherche opérationnelle 2*, université de Pise, (2011).
- [22] N Christofides, A Mingozzi et P Toth, The vehicle routing problem. In *Combinatorial Optimization*, John Wiley, Vol. 11 p.315–338, (1979)
- [23] O. Clarke et J. Wright, Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points, *Operations Research*, Vol. 14. p. 568-581, (1964)
- [24] P Toth et D Vigo, An overview of vehicle routing problems. In *The vehicle routing problem*, Philadelphia, PA, USA, Society for Industrial and Applied Mathematics,chapter 1, p.1-26. (2001b)
- [25] P. Toth et D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*, Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 367 p. (2002)
- [26] R. Fourer, D. M. Gay et B. W Kernighan, *A Modeling Language for Mathematical Programming*, Thomson Brooks/cole second edition, (2003).
- [27] S. Lin, Computer Solutions of the Travelling Salesman Problem, *Bell System Technical Journal*, Vol. 44. p. 2245-2269, (1965).
- [28] Sakarovitch, *Optimisation combinatoire, Méthodes mathématiques et algorithmiques Programmation discrète*, Hermann, ISBN : 2-7056-5976-5, (1984)
- [29] T.G Crainic et F. Semet, *Recherche opérationnelle et transport de marchandises In Optimisation combinatoire. 3, Applications*, Hermès Science, Lavoisier, (2006).
- [30] T.G Crainic et F. Semet, *Recherche opérationnelle et transport de marchandises In Optimisation combinatoire: applications*, sous la dir. de Vangelis, Paris , Hermès Lavoisier, (2005).
- [31] T.K Rappels, L. Kopman, WR.Pulleyblank, L.E Trotter, On the Capacitated Vehicle Routing Problem, published online © springer-Verlag, (5 Septembre, (2002)
- [32] Neos solveur, <http://www.neos-server.org/neos/>, consulté en juin (2012)
- [33] M.-C. Bolduc, *heuristiques pour la résolution de problèmes complexes de distribution*, Thèse, Laval (Quebec), Faculté des études supérieures de l'Université Laval, (2008)
- [34] C. Prodhon, *Le problème de localisation-routage*, Thèse, Université de Technologie de Troyes, (2006)
- [35] S. Marcel et R. Fournier, *Outils pour des Problèmes Industriels de Tournées de Véhicules avec Transbordement*, thèse, Université Joseph Fourier, (2008)
- [36] F. Laburthe, *Contraintes et Algorithmes en Optimisation Combinatoire*, thèse, Université Paris VII – Denis Diderot, (1998)
- [37] M. Trudeau, *Planification des tournées de véhicules pour l'approvisionnement de dépanneurs*, mémoire, Université du Québec à Montréal, (2008)
- [38] B. Gacias Pastor, *Une approche interdisciplinaire pour l'ordonnancement des transports*, thèse, Université de Toulouse, (2010)

7. Annexes

Liste des annexes

- Annexe I Figure 4: nombre de colis livré par code postal
- Annexe II Tableau 5: caractéristiques principales des différents logiciels
- Annexe III Tableau 6: information sur les prix des différents logiciels

Figure 4: nombre de colis livré par code postal



Annexe II

Tableau 5: caractéristiques principales des différents logiciels

Logiciel	Fournisseur	Année	Taille maximale que le système peut résoudre			Performance	
			Nombre d'arrêt	Nombre de Véhicules	Nombre de Terminaux	Temps*	type d'algorithme
StreetSync Pro	RouteSolutions	2011	illimité	illimité	illimité	< 10 mn	propre au fournisseur
JOpt.AAS	DNA Evolutions GmbH	2009	illimité	illimité	illimité	5 mn	Construction, SA, GA
WebSTARS 5.4	SAITECH, inc.	2009	illimité	illimité	illimité	1 - 3 mn pour un PC	recherche locale, PL
StreetSync Basic	RouteSolutions	2008	illimité	illimité	illimité	< 10 mn	propre au fournisseur
IBM ILOG Transportation Analyst	IBM	2005	1000 expéditions	illimité- depend de # chargements	illimité- depend de # chargements	entre 2-120 mn	Heuristiques et programmation par contraintes
JOpt.SDK	DNA Evolutions GmbH	2005	illimité	illimité	illimité	5 mn	Construction, SA, GA
StreetSync Desktop	RouteSolutions	2005	illimité	illimité	illimité	< 10 mn	propre au fournisseur
ArcLogistics	Esri, Inc	1998	illimité	illimité	illimité	< 5 mn	propre au fournisseur
Paragon Routing and Scheduling Optimizer	Paragon Software Systems, Inc.	1997	20000	3000	2000	environ 2 mn	méthode des économies & algorithmes améliorés
TMW Appian Direct Route	TMW Systems, Inc.	1996	40000	5000	illimité	<3 mn	propre au fournisseur
Descartes Routing, Mobile & Telematics Suite	Descartes Systems Group	1995	illimité	illimité	illimité	<1 mn	propre au fournisseur
Optrak vehicle routing software	Optrak Distribution Software Ltd	1992	illimité	illimité	illimité	>5 mn pour un PC standard	différentes heuristiques
TruckStops VRS	MapMechanics	1991	illimité	illimité	illimité	1-5 mn	propre au fournisseur et heuristiques
DISC	MJC2	1990	illimité	illimité	illimité	quelques secondes	
Roadnet Transportation Suite	Roadnet Technologies	1983	illimité	illimité	illimité	<30 s	Heuristiques

Nota : * ce temps correspond au temps de calcul pour résoudre le problème avec 50 itinéraires, 1000 arrêts, 2 heures de fenêtre de temps.

Logiciel	Année	Information sur les prix				
		une License (50 Routes)	la carte pour une seule région est-elle incluse dans les droits de licence?	Fournisseur de la cartographie	Coût de l'installation (\$/h)	Temps nécessaire à l'installation (50 routes)
StreetSync Pro	2011	Varie-abonnement ou achat	X	NAVTEQ	inclus	pas nécessaire
JOpt.AAS	2009	frais mensuelles		Matrice de temps et de distance pour n'importequelle carte	375 \$	4 heures
WebSTARS 5.4	2009	sur devis	X	MapInfo	125, si nécessaire	2 jour de support
StreetSync Basic	2008	Varie-abonnement ou achat	X	NAVTEQ	inclus	pas nécessaire
IBM ILOG Transportation Analyst	2005	varie selon la demande	X	IBM Views	Inclus dans le prix de la maintenance	inclus dans la maintenance
JOpt.SDK	2005	5000	X	time and distance matrix - any map	gratuit	Moins qu'1 heure
StreetSync Desktop	2005	Varie-abonnement ou achat	X	NAVTEQ	Inclus	pas nécessaire
ArcLogistics	1998	\$450 /mois	X	NAVTEQ	aucun	aucun
Paragon Routing and Scheduling Optimizer	1997	39000	X	NAVTEQ	\$850 - \$1050 /jour	80
TMW Appian Direct Route	1996	app. \$26,000	X	Teleatlas + autres si nécessaire	inclus dans la formation	24
Descartes Routing, Mobile & Telematics Suite	1995	sur devis		Variety incl. Navteq & TeleAtlas	sur devis	A contacter pour les détails
Optrak vehicle routing software	1992	sur devis	X	Selon le pays	sur devis	selon la demande des clients
TruckStops VRS	1991	sur devis		NAVTEQ ou fournisseurs locaux	À contacter MapMechanics	A contacter MapMechanics
DISC	1990	POA		plusieurs	POA	
Roadnet Transportation Suite	1983	sur devis		Multiple fournisseurs	225	80 ou moins